1. Ali je naslednji trditev prav: ko matrike A in A' imata isto velikost, velja $v(A) + v(B) = v(A + B)$.

2. Imamo naslednje bimatrične igre, ki določijo kooperativsko igro. Kakšna je rešitev?

$$(A, B) = \begin{pmatrix} 4,3 & 3,3 & 4,4 \\ 3,3 & 4,3 & 5,5 \\ 4,4 & 5,5 & 4,3 \end{pmatrix}$$

$$(A, B) = (a_{i,j}, b_{i,j})_{i,j=1,\ldots n}, \text{, kjer } (a_{i,j}, b_{i,j}) = \begin{cases} (i+j, i+j) & \text{if } i \neq j; \\ (4,3) & \text{sicer} \end{cases}$$

3. Imamo naslednje strateško igro. Kakšno kakarteristično funkcijo za koalicijsko igro določi?

	L	R
T	2, -1, 1	3, 1, 0
M	3, 0, 2	-1, 2, 1

if $a_3 = A$

	L	R
T	1, 2, 3	2, 2, 2
M	0, -1, 0	0, -2, 4

if $a_3 = B$

	L	R
T	-2, 1, 0	1, 2, -2
M	0, 0, 2	1, 1, 1

if $a_3 = C$

4. Za katere trojke (a, b, c) je naslednja funkcija karakteristična? Opiši množice imputacij.

$$\begin{array}{llll} & v(\{1\}) = a & v(\{1,2\}) = 5 - a & \\ v(\emptyset) = 0 & v(\{2\}) = b & v(\{1,3\}) = a & v(\{1,2,3\}) = 10 - a \\ & v(\{3\}) = c & v(\{2,3\}) = b + 2c & \end{array}$$

Ideja rešitve. $\{(a, b, 0) \mid 2a + b \leq 5\}$. Slika v ravnini $c = 0$ bi bilo dobra. Množica imputacij je enakostranien trikotnik $\triangle(a, b, 12 - 2a - b)(8 - a - b, b, 4)(a, 8 - 2a, 4)$.

5. Za katere pare (a, b) je naslednja funkcija karakteristična in je jedro igre petkotnik?

$$\begin{array}{llll} & v(\{1\}) = a & v(\{1,2\}) = 5 - a & \\ v(\emptyset) = 0 & v(\{2\}) = b & v(\{1,3\}) = a + 4 & v(\{1,2,3\}) = 12 - a \\ & v(\{3\}) = 4 & v(\{2,3\}) = 7 & \end{array}$$

Ideja rešitve. $\{(a, b) \mid 0 < b < 3, 2a + b \leq 5\}$. Slika v ravnini a, b bi bila dobra. Slika je neskončna množica, ki ima 3 robove in ni odprta niti zaprta.

6. Gledamo koalicijsko igro z n igralcev in karakteristično funkcijo:

$$v(S) = k \text{ if } \{1, 2, \ldots k\} \subseteq S \text{ but } k + 1 \notin S.$$

Na primer: $v(\{2, 3, 4, \}) = 0$, $v(\{1, 2, 4, 5\}) = 2$ in $v(1, 3\}) = 1$. Naj bo ϕ_i Shapleyova vrednost igralca i.

(a) Ali bo $\phi_i < \phi_{i+1}$ ali $\phi_i > \phi_{i+1}$?

(b) Določi vrednosti ϕ_i za vsak i, ko je $n = 5$. Preveri, ali je vsota $\phi_1 + \phi_2 + \cdots + \phi_5$ prava. (Lahko uporabljaš kalkulator.

(c) Kakšna je ϕ_i v splošnem primeru?

Ideja rešitve. b): $\phi_1 = 274/5!$, $\phi_2 = 154/5!$, $\phi_1 = 94/5!$, $\phi_1 = 54/5!$, $\phi_1 = 24/5!$. (c) Moj rešitev izgleda kot $\sum\sum$ nekaj; to je, rabim 2 indekse.

7. Gledamo koalicijsko igro z n igralcev in karakteristično funkcijo:

$$v(S) = \begin{cases} 1 & \text{če } |S| \geq 2 \text{ in } 1 \in S; \\ 0 & \text{sicer.} \end{cases}$$

Določi Shapleyova vrednost.
Ideja rešitve. $\phi_1 = n/(n+1)$ in $\phi_i = \frac{1}{n(n+1)}$ za $i > 1$.

8. Gledamo Bayesovo igro za 2 igralce, ki ima tri možna stanja: $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3\}$. Funkcija koristnosti za vsako stanje je na sliki:

	L	D
A	4, 0	0, 4
B	0, 4	4, 0

stanje ω_1

	L	D
A	1, 0	0, 2
B	0, 2	1, 0

stanje ω_2

	L	D
A	0, 2	2, 0
B	4, 0	0, 4

stanje ω_3

Igralec P_1 dobi isti signal a od stanj ω_1, ω_2 in signal b od ω_3. Igralec P_2 dobi isti signal d od stanj ω_2, ω_3 in signal c od ω_1. Vse mislijo, da je $\Pr[w_1] = \Pr[w_2] = \Pr[w_3] = 1/3$.

- Nariši diagram situacije.
- Ko P_1 dobi signal a, kakšna je verjetnost, da pride iz stanja ω_1?
- Ali obstaja *čisto* Bayesovo ravnovesje, kjer je $a_{(1,a)} = A$ in $a_{2,d} = L$?
- Ali obstaja *čisto* Bayesovo ravnovesje, kjer je $a_{(1,a)} = A$?
- Izberemo naslednji mešane strategije: $a_{(1,a)} = \frac{1}{2}A + \frac{1}{2}B$, $a_{(1,b)} = \frac{2}{3}A + \frac{1}{3}B$, $a_{(2,c)} = \frac{1}{3}L + \frac{2}{3}D$, $a_{(2,d)} = \frac{13}{24}L + \frac{11}{24}D$. Pokaži, da je profil $(a_{(1,a)}, a_{(1,b)}, a_{(2,c)}, a_{(2,d)})$ Bayesovo ravnovesje. (Če sem izračunal narobe, potem pokaži da ni B.R.)