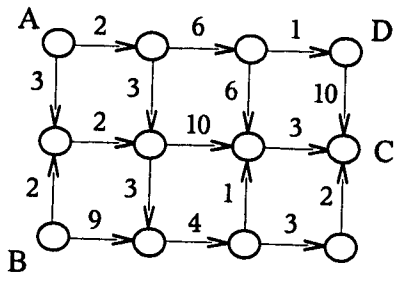
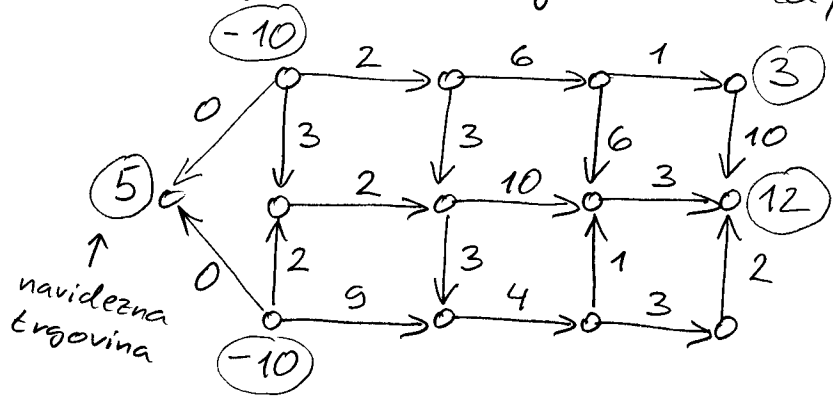


Računalništvo 3, 2. izpit, 23.6.2006

2. (25 t) V vsakem od skladišč A in B imamo na zalogi po 10 enot izdelka. V prodajalni C ga potrebujejo 12 enot, v prodajalni D pa 3 enote. Kako naj iz skladišč dostavimo izdelek do prodajaln, da bodo stroški dostave čim manjši? Cestno omrežje z vpisanimi stroški prevoza za enoto izdelka prek posamezne povezave je prikazano na sliki.

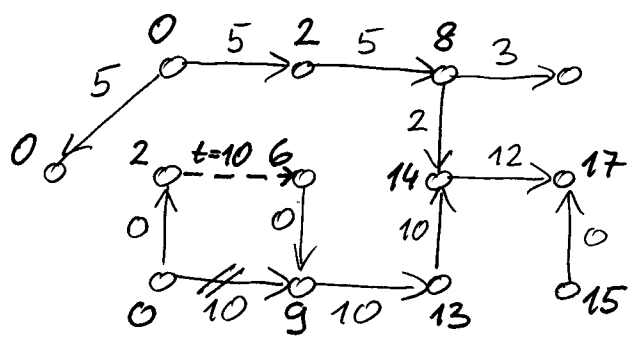


Ker je v skladiščih več blaga, kot ga potrebuje ta prodajalni, poudro in povpraševanje uravnotežimo z dodatno "navidezno" trgovino, ki jo povežemo z obeh skladiščema (cena na obeh povezavih je 0). Omrežje, na katerem rešujemo nalogo ravnanja, je torej:

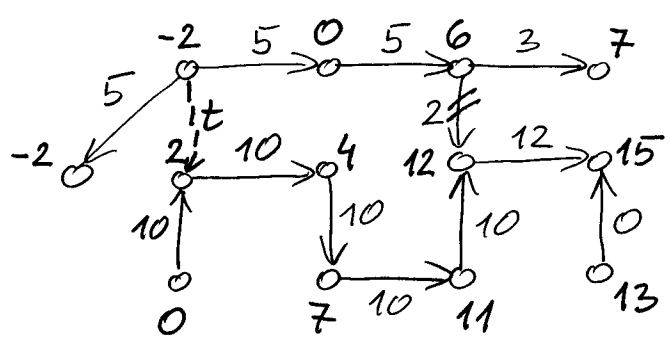


Za različni dnevni ravnanje vramemo npr.

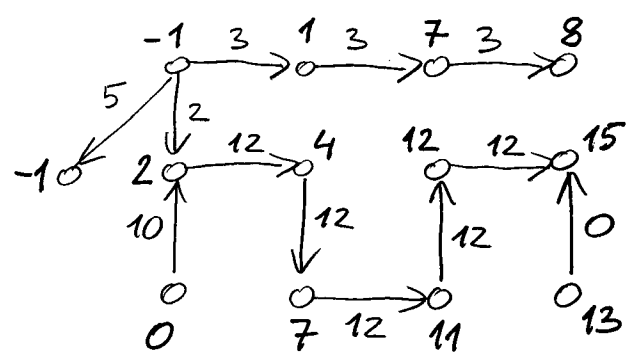
(Poskusimo uprvaliti) čim raneje pti.)



Nato izračunamo "poštene cene" in poiščemo ugodno povezavo ...



t=2



Ni več ugodnih povezav, končamo. cena = 209

Lahko poskusimo rešiti tudi z ramniskelhom
(za majhne primere).
+ najhrajše poti
+ lin. prog.

	C	D
A	16	9
B	15	∞

tabula datin
najhrajših poti

min $16x_{AC} + 9x_{AD} + 15x_{BC}$
 P.P. $x_{AC} + x_{BC} = 12$
 $x_{AD} = 3$
 $x_{AC} + x_{AD} \leq 10$
 $0 \leq x_{BC} \leq 10$
 $x_{AC}, x_{AD} \geq 0$
 $x_{BC} = 12 - x_{AC}$

Kaj ... hvalilo enat
peljemo iz
shl. i do pred. j)
peljemo semda so
najhraj. poti

min $16x_{AC} + 15(12 - x_{AC}) + 9 \cdot 3 = 180 + 27 + x_{AC}$

P.P.

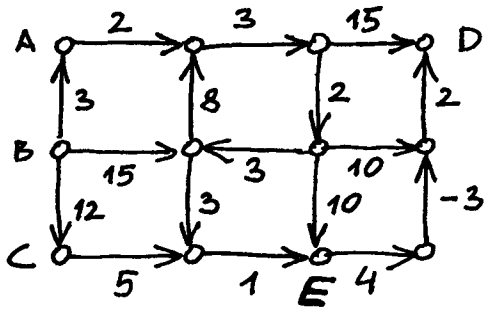
$x_{AC} + 3 \leq 10$
 $x_{AC} \geq 0$
 $0 \leq 12 - x_{AC} \leq 10$

$x_{AC} \leq 7$
 $x_{AC} \geq 0$
 $x_{AC} \geq 2$
 $x_{AC} \leq 12$

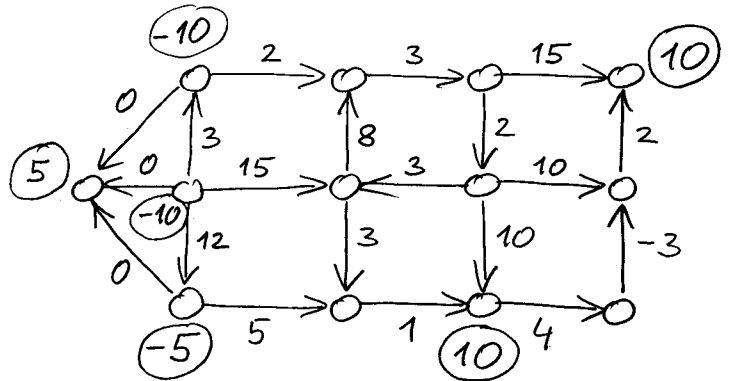
$2 \leq x_{AC} \leq 7$

cena je res 209!

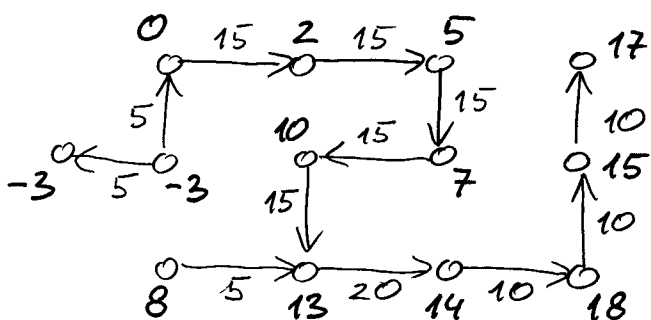
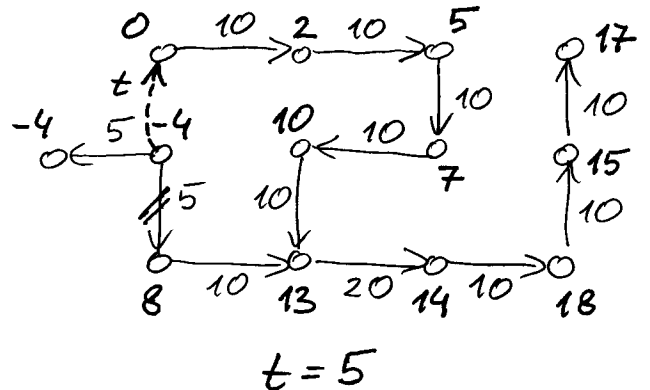
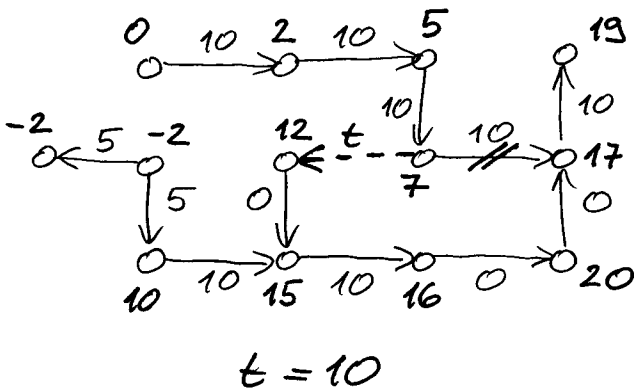
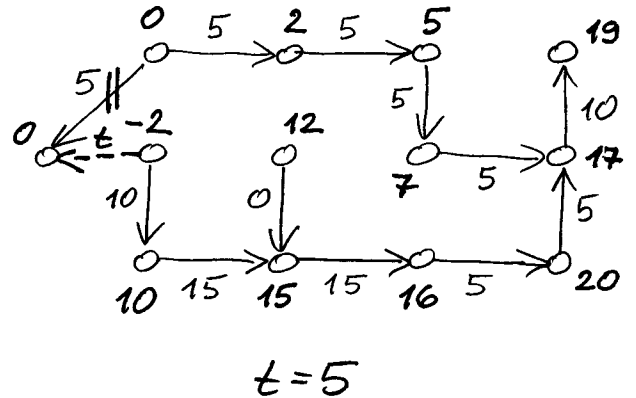
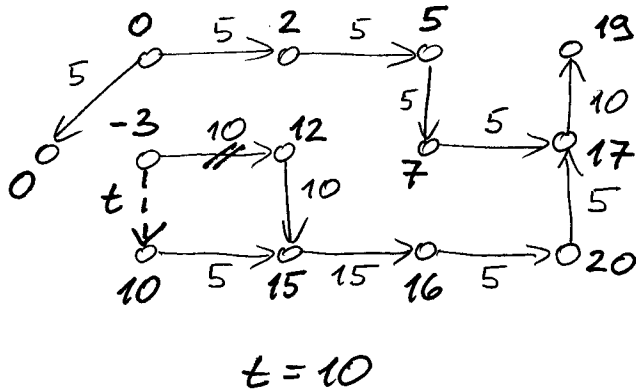
3. Poišči najcenejši razvoz v spodnjem omrežju. V točkah A, B in C imamo po vrsti 10, 10 in 5 enot izdelka, v vsaki od točk D in E pa povprašujejo po 10 enotah. Začetni razvoz naj bo neničeln na vodoravni povezavi, ki izhaja iz točke B.



Dopolnimo omrežje z dodatnim povpraševanjem, tako da sta ponudba in povpraševanje izenačena.



Začetni drevesni razvoz:

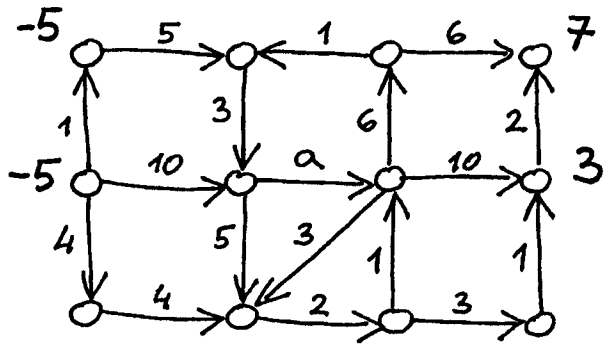


Ni več ugodnih pomerov, imamo optimalni razvoz. Cena je 285.

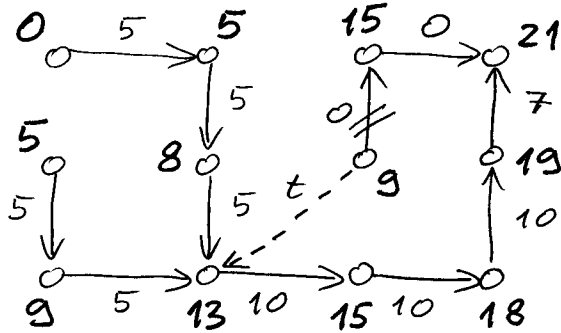
$$(5 \cdot 3 + 15(2+3+2+3+3) + 5 \cdot 5 + 20 \cdot 1 + 10 \cdot (4-3+2))$$

Računalništvo 3, 3. izpit, 3. 7. 2007

2. V grafu s spodnje slike poiščite najcenejši razvoz. Pri tem je parameter a poljubno realno število.

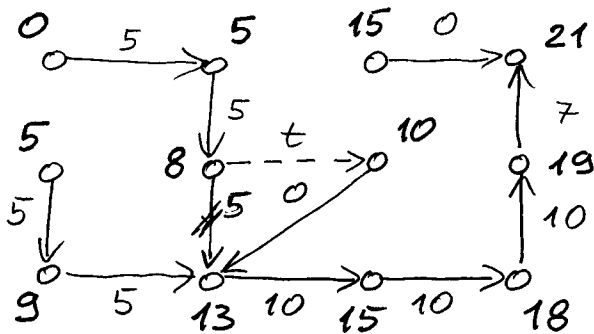


Če je le mogoče, računamo z drevesnim razvozom, pri katerem povezave s spremenljivo ceno ni v drevesu. To povezavo ravnemo za ukladno šele tedaj, ko ni več nobene druge možnosti.



Eden od primernih računskih razvozov.

----> vhodna povezava
 $t = 0$, prečrtano pov.
 odstranimo iz drevesa

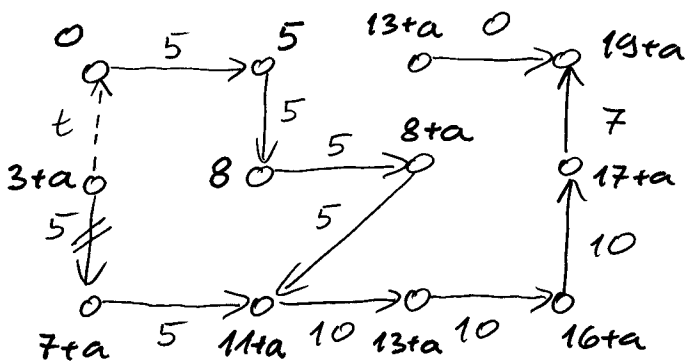


Edini kandidat za ukladno pov. je pov. s ceno a . Ta bo ukladna, če velja

$$8 + a < 10 \Leftrightarrow a < 2.$$

Za $a \geq 2$ je razvoz na levi optimalen.

$a < 2 : t = 5$

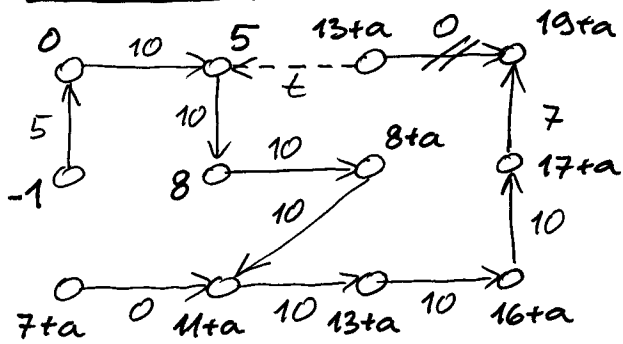


Možne ukladne povezave (od zgoraj navzdol od leve proti desni):

- $13+a+1 < 5 \Leftrightarrow a < -9$
- $3+a+1 < 0 \Leftrightarrow a < -4$ ← prva postane vhodna, ko a pada
- $3+a+10 < 8 \Leftrightarrow a < -5$
- $8+5 < 11+a \Leftrightarrow 2 < a //$

Za $a \geq -4$ (in $a < 2$) je rešitev optimalna.

$a < -4; t = 5$



Kandidati na uledno pov.:

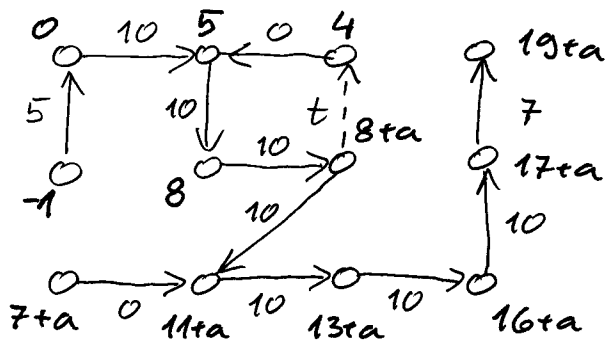
$13ta + 1 < 5 \Leftrightarrow a < -9$

$-1 + 4 < 7 + a //$

$8 + 5 < 11 + a //$

Če $-9 \leq a < -4$, smo koniaci.

$a < -9; t = 0$



Kandidati na uledno pov.:

$4 + 6 < 19ta //$

$8ta + 6 < 4 \Leftrightarrow a < -10$

$-1 + 4 < 7 + a //$

$8 + 5 < 11 + a //$

Razvor na levi je optimalen na $-10 \leq a < -9$.

$a < -10; t = \infty$

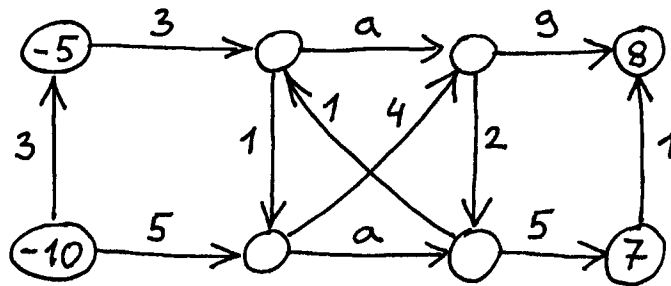
Naloga je neomejena. (Dajimo negativen cikel.)

Napisimo se cene optimalnih razvorov:

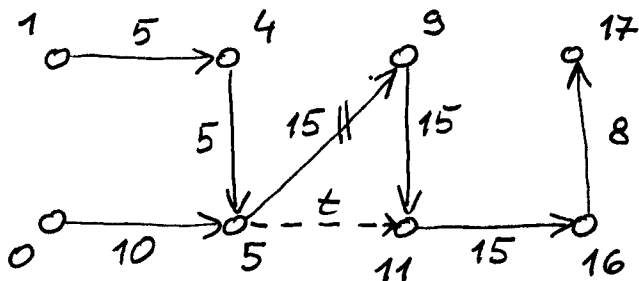
$$cena = \begin{cases} 179 & \text{za } a \geq 2 \\ 169 + 5a & \text{za } -4 \leq a \leq 2 \\ 189 + 10a & \text{za } -10 \leq a \leq -4 \\ -\infty & \text{za } a < -10 \end{cases}$$

Opomba. Pri $a = -9$ se spremeni le drevo, ne pa tudi ugodnejša drevesna rešitev.

4. Poišči najcenejši razvoz v spodnjem omrežju. Določi tudi ceno dobljenega razvoza. Parameter a je poljubno realno število.



Začetni razvoz (ne uporabimo poverav s ceno a):



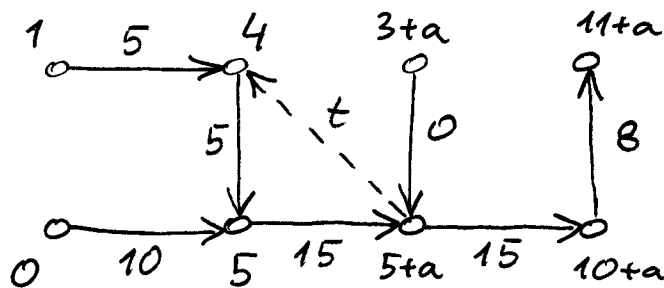
Možni vhodni poveravi sta le poveravi s ceno a :

$$4+a < 9 \Leftrightarrow a < 5$$

$$5+a < 11 \Leftrightarrow a < 6 \leftarrow$$

Za $a \geq 6$ je razvoz na levi optimalen.

$a < 6$: $t = 15$



Samo ena možna vhodna poverava:

$$5+a+1 < 4 \Leftrightarrow a < -2$$

Za $a \geq -2$ je razvoz na levi optimalen.

$a < -2$: $t = \infty$

Dobimo negativen cikel. Naloga je neomejena.

Še cene razvozov:

$$cena = \begin{cases} 243 & \text{za } a \geq 6 \\ 153 + 15a & \text{za } -2 \leq a \leq 6 \\ -\infty & \text{za } a < -2 \end{cases}$$