

3. izpit iz RAČUNALNIŠTVA 3

29. AVGUST 2006

1. (25 t) Reši matrične igre, podane s spodnjimi matrikami:

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 & 3 & 4 \\ 1 & 5 & 0 & 2 \\ 4 & 4 & 3 & 5 \\ 3 & 5 & 2 & 5 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & 3 & -1 \\ 1 & -1 & 3 & -1 \\ 2 & 4 & 2 & -1 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & -2 & -1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Za vsako igro je treba poiskati njeno vrednost ter optimalno strategijo za prvega in za drugega igralca.

2. (25 t) Za dokončanje projekta je treba narediti še šest opravil. Izbiramo lahko med tremi izvajalci. Njihove ponudbe so navedene v spodnji tabeli (element na mestu (i, j) je cena, ki jo izvajalec i zahteva, da naredi opravilo j):

$$\begin{bmatrix} 30 & 50 & 25 & 10 & 40 & 32 \\ 28 & 55 & 25 & 12 & 42 & 35 \\ 27 & 47 & 22 & 15 & 45 & 30 \end{bmatrix}.$$

Odločili smo se, da bo vsak izvajalec opravil po dve opravili. Kako naj razdelimo opravila med izvajalce, da bo naš strošek čim manjši?

3. (30 t) Naj bo Π nek odločitveni problem. Problem Π^2 definiramo takole:

Vhod: dva vhoda I, I' za problem Π .

Vprašanje: ali sta odgovor za problem Π z vhodom I in odgovor za problem Π z vhodom I' oba 'DA'? To je, ali je res, da $I \in \Pi$ in $I' \in \Pi$?

- a) (10 t) Dokažite, če je $\Pi \in P$, potem je $\Pi^2 \in P$.
- b) (20 t) Dokažite, če je Π NP-poln, potem je Π^2 tudi NP-poln.
4. (20 t) Problem k-SUM je podan takole: vhod so končne množice $A_1, A_2, \dots, A_k \subset \mathbb{Z}$, zanima pa nas, ali obstajajo taki elementi $a_1 \in A_1, a_2 \in A_2, \dots, a_k \in A_k$, da je $a_1 + a_2 + \dots + a_k = 0$?
- a) (5 t) Ugotovite in dokažite, kako težak je problem 2-SUM.
- b) (15 t) Ugotovite in dokažite, kako težak je problem 2006-SUM.

Vse odgovore je treba primerno utemeljiti.

Čas reševanja: 100 minut.