

# 1. kolokvij iz RAČUNALNIŠTVA 3

12. JANUAR 2006

1. Dan je polieder  $\mathcal{P}$ , opisan s presekom zaprtih polprostorov,

$$\mathcal{P} = \{x \in \mathbb{R}^n \mid a_i^T x \leq b_i, i = 1, \dots, m\}.$$

Poiskati želimo največjo kroglo, ki je vsebovana v poliedru  $\mathcal{P}$ .

(a) Zapiši gornjo nalogo v obliki linearnega programa.

(b) Zapiši dual linearnega programa iz točke (a).

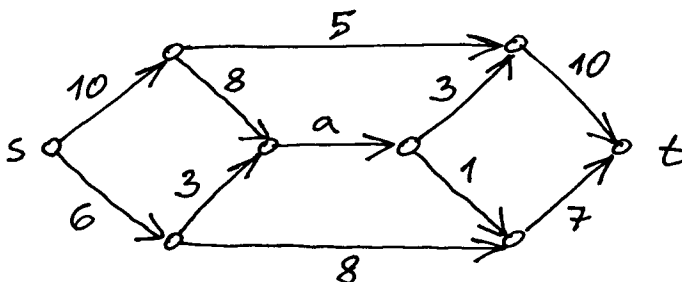
Odgovore je treba ustrezno utemeljiti.

2. Reši matrične igre, podane s spodnjimi matrikami:

$$\begin{bmatrix} 7 & 2 & 3 & 1 \\ 6 & 2 & 4 & 1 \\ 4 & 3 & 4 & 4 \\ 1 & 2 & 1 & 4 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 7 & 4 & 4 & 1 \\ 6 & 4 & 4 & 1 \\ 4 & 1 & 4 & 4 \\ 6 & 4 & 1 & 4 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 3 & 2 & 0 & -1 \\ 5 & 3 & 0 & -1 \\ 3 & 2 & 1 & -1 \\ 4 & 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Za vsako igro je treba poiskati njeno vrednost ter optimalno strategijo za prvega in za drugega igralca.

3. Poišči maksimalni  $(s, t)$ -pretok in minimalni  $(s, t)$ -prerez v omrežju s spodnje slike. Odgovor bo seveda odvisen od vrednosti parametra  $a \geq 0$ .



4. *Delni latinski kvadrat* reda  $n$  je kvadratna shema števil velikosti  $n \times n$ , v kateri nastopajo števila iz množice  $\{1, 2, \dots, n\}$ , nekatera mesta v shemi pa so lahko še prazna. Zahtevamo tudi da v vsaki vrstici in v vsakem stolpcu vsako od števil  $1, \dots, n$  nastopi kvečjemu enkrat. *Latinski kvadrat* je delni latinski kvadrat, v katerem so vsa mesta že določena.

(a) S konstrukcijo dokaži, da za vsak  $n > 1$  obstaja delni latinski kvadrat reda  $n$ , ki ga ni moč dopolniti do latinskega kvadrata reda  $n$ .

(b) Dokaži, da je vsak delni latinski kvadrat reda  $n$ , v katerem so določeni natanko elementi v prvih  $m$  vrsticah ( $m < n$ ), moč dopolniti do latinskega kvadrata reda  $n$ .

*Vse odgovore je treba primerno utemeljiti.*

*Čas reševanja: 100 minut. Točkovanje: 25, 25, 25, 25.*