

## 2. kolokvij in izpit iz RAČUNALNIŠTVA 3

17. MAJ 2007

Kolokvij sestavljajo naloge 3, 4 in 5, izpit pa naloge 1, 2, 3 in 4.

*Vse odgovore je treba primerno utemeljiti.*

*Čas reševanja: 100 minut za kolokvij, 110 minut za izpit.*

**1.** V tovornem letalu je prostora za  $60 \text{ m}^3$  tovora, nosilnost letala pa je 80 ton. V skladišču imamo tri vrste tovora. Njihove značilnosti so našteje v spodnji tabeli:

tovor	količina (v $\text{m}^3$ )	gostota (v tona/ $\text{m}^3$ )	vrednost (za $\text{m}^3$ )
blago A	40	2	1000
blago B	50	1	1200
blago C	20	3	1500

Kakšen tovor naj naložimo v letalo, da bo skupna vrednost tovora čim večja?

- Zapiši gornjo nalogo v obliki linearnega programa.
- Ugotovi, ali je tovor, sestavljen iz  $50 \text{ m}^3$  blaga B in  $10 \text{ m}^3$  blaga C, optimalen.
- Poišči čim boljšo zgornjo mejo za povečanje vrednosti tovora, če uspemo najti "spretnejšega" pilota, ki je pripravljen leteti tudi s 5 ton težjim letalom.

**2.** Ana in Bojan igrata naslednjo igro. Najprej Bojan plača Ani "vstopnino" v višini  $k$  evrov. Ana nato v kuverti skriva bankovec za  $a$  ali  $b$  evrov. Bojan nato poskuša uganiti, kakšen bankovec je v kuverti. Če ugane, dobi bankovec. Če zgreši, bankovca ne dobi, plačati pa mora še "kazen" v višini  $k/2$  evrov. (Parametri  $k$ ,  $a$  in  $b$  so pozitivna realna števila.)

- Zapiši igro v obliki matrične igre. Pri tem naj ima Ana vlogo 1. igralca.
- Reši igro. Poiskati je torej treba vrednost igre in optimalni strategiji za oba igralca.
- Za katere vrednosti  $k$  (v odvisnosti od  $a$  in  $b$ ) je igra poštena? Kakšen odgovor dobiš pri  $a = 5$  in  $b = 10$ ?

V nalogah 3 in 4 bomo uporabljali naslednje definicije. Naj bo  $[n] = \{1, \dots, n\}$ . Problem IZBIRA je podan takole:

IZBIRA

*Vhod:* končni množici naravnih števil  $A = \{a_1, \dots, a_n\}$  in  $B = \{b_1, \dots, b_n\}$ . (Ne spreglejte, da je  $|A| = |B| = n$ .)

*Vprašanje:* ali obstaja  $I \subseteq [n]$  z lastnostjo

$$\sum_{i \in I} a_i = \sum_{i \in [n] \setminus I} b_i ?$$

**3.** Dokažite, da je problem IZBIRA NP-poln.

**4.** Opišite psevdopolinomski algoritem za problem IZBIRA.

Algoritem je psevdopolinomski, če velja, da je njegova časovna zahtevnost omejena s polinomsko funkcijo  $n$  in  $M$ , kjer je  $M$  največje število na vhodu.

Nasvet: dvorazsežna tabela.

**5.** Zanima nas problem trgovskega potnik za naslednje podatke: točke so

$$p_1(0, 2), p_2(2, 2), p_3(4, 2), p_4(2, 0), p_5(a, 6) \in \mathbb{R}^2,$$

kjer je  $a \in \mathbb{R}$  parameter, cena povezave med dvema točkama pa je enaka njuni evklidski razdalji. Opišite rezultat, ki ga vrne Christofidesov algoritem, v odvisnosti od vrednosti parametra  $a$ .

*Vse odgovore je treba primerno utemeljiti.*

*Čas reševanja: 100 minut za kolokvij, 110 minut za izpit.*