

Računalništvo 3: 1. izpit

24. junij 2008

Čas reševanja: 90 minut

Naloga 1 [25 točk]

Mizarstvo Smreka d.o.o izdeluje tri modele miz z imeni Amanda, Bernarda in Cecilija. Stroški sestavljanja so 250 EUR za Amando, 50 EUR za Bernardo in 20 EUR za Cecilijo. Na razpolago imajo 1450 EUR, delajo pa lahko največ 50 ur. En kos Amande sestavljajo šest ur, Bernarde sestavljajo štiri ure in en kos Cecilije dve uri. Cena mize Amande znaša 400 EUR, Bernarde 120 EUR, Cecilije pa zgolj 60 EUR. Mizarstvo želi pri danih pogojih doseči kar največji možen dobiček.

1. Zapiši nalogo kot linearni program v standardni obliki.
2. Zapiši problem še v dualni obliki ter poišči rešitve s pomočjo grafičnega reševanja.
3. S pomočjo dualnega dopolnjevanja iz dualne rešitve izračunaj vse optimalne rešitve za začetni linearni program.

Naloga 2 [25 točk]

S pomočjo avtomobilov je potrebno člane vladne administracije neimenovane države prepeljati iz točke A v drugo točko B v mestu, pri čemer v vsakem avtomobilu lahko peljemo le enega člana. Istočasno želimo prepeljati kar največ članov administracije. Država je znana po visoki stopnji terorizma. Tajna služba je zato pregledala cestno omrežje in nam dostavila zemljevid varnih ulic. Varnostni standardi zahtevajo, da različna prevoza na svoji poti ne uporabita iste ulice, prevoza pa se lahko križata na kakem križišču. Ulice so lahko enosmerne ali dvosmerne, in če kak od prevozov uporabi eno smer, potem drugi prevozi ne smejo uporabiti te ulice v isti ali nasprotni smeri. Zanima nas največje število članov administracije, ki jih lahko istočasno peljemo iz kraja A v kraj B . Modeliraj problem s pomočjo pretokov.

Naloga 3 [25 točk]

Modeliraj naslednja problema kot celoštevilska linearna programa:

1. [15] Poišči maksimalno kliko v grafu G . To narediš lahko tako, da za vsako točko $v \in V(G)$ uvedeš spremenljivko x_v in nato dodaš omejitve, ki bodo zagotovile, da izbrane točke tvorijo kliko. Pazi, da bo omejitev le polinomsko mnogo v velikosti vhodnih podatkov.
2. [10] Problem najcenejšega vpetega drevesa s predpisanimi listi. Dan je utežen graf G in množica listov $L \subseteq V(G)$. Iščemo najcenejše vpeto drevo, katerega listi (točke v drevesu stopnje 1) so natanko točke iz L .
 - (a) Zapiši zgornjo nalogo v obliki celoštevilskega linearnega programa. Pri tem je omejitev lahko več kot polinomsko mnogo, a ne več kot $2^{|V(G)|}$. Upoštevaj znano dejstvo o številu povezav vpetega drevesa oz. gozda na m točkah.
 - (b) Ali ima problem vedno dopustno rešitev? Dokaži ali poišči protiprimer.

Naloga 4 [25 točk]

Za dan graf G nas zanima, ali lahko v G najdemo točko v , pri kateri za vsaj k njenih sosedov velja, da v G tvorijo neodvisno množico (torej inducirani podgraf na v in teh sosedih je zvezda s k kraki in centrom v).

1. [10] Ali obstaja polinomski algoritem, ki reši zgornji problem za grafe, ki imajo kvečjemu en trikotnik?
2. [15] Ali je v splošnem zgornji problem NP-poln?