

Računalništvo 3: 2. izpit

25. avgust 2008

Čas reševanja: 90 minut

Naloga 1 [25 točk]

Reši družino matričnih iger, ki so opisane z matrikami

$$\begin{bmatrix} a & 5 & 6 & 3 & 1 \\ 4 & 6 & 1 & a & 3 \\ 12 & 5 & 9 & 7 & 10 \\ 7 & 7 & 2 & 8 & 6 \\ 4 & 5 & -1 & 2 & 2 \end{bmatrix},$$

kjer je $a \in \mathbb{R}$ poljubno število. Poiskati je treba vrednost igre in optimalni strategiji za oba igralca.

Naloga 2 [25 točk]

Napiši Turingov stroj nad abecedo $\Sigma = \{0, 1\}$, ki prepozna besede, pri katerih je ničel strogo manj kot enic. Kot delna rešitev šteje, če za abecedo uporabiš še dodaten znak (recimo 2).

Naloga 3 [25 točk]

Cene nafte se zvišujejo in letalski prevozniki počasi začenjajo iskati nove možnosti optimiranja njihovih letov. Letalski prevoznik z letalom s kapaciteto p potnikov bo v naslednjih nekaj dneh preletel (fiksno) zaporedje različnih letališč A_1, A_2, \dots, A_n . Za vsako letališče i predstavlja d_{ij} število potnikov, ki jih je treba prepeljati iz letališča i na letališče j ($i < j$), medtem ko a_{ij} predstavlja zaslužek pri dostavi enega potnika na tej poti. Modeliraj problem s pomočjo b -tokov in povej, kako bi poiskal maksimalni zaslužek. Kot delna rešitev šteje, če problem zapišeš v obliki linearnega programa.

Naloga 4 [25 točk]

Dan je 3-obarvljiv graf G z n vozlišči, za katerega pa ne poznamo 3-barvanja. Znano pa je, da je iskanje 3-barvanja 3-obarvljivega grafa NP-težek problem. Želimo poiskati aproksimacijski algoritem.

1. Naj bo v poljubno vozlišče grafa G in naj bo $G[N(v)]$ induciran graf na sosedih v . Poišči zgornjo mejo za kromatično število $G[N(v)]$.
2. Poišči aproksimacijski algoritem za barvanje grafa G , ki graf pobarva z $O(\sqrt{n})$ barvami. *Namig: s pomočjo točke 1 eliminiraj vozlišča previsoke stopnje.*