Računalništvo 3: 2. kolokvij

6. junij 2008

Čas reševanja: 100 minut

Naloga 1 [25 točk]

Državna komisija za privatizacijo je do roka prejela ponudbe treh posameznikov za odkup petih podjetij. Vsi posamezniki so izrazili interes za nakup vseh podjetij in predlagali zneske, ki so jih pripravljeni odšteti za podjetja. Zaradi zakonodaje o preprečevanju koncentracije kapitala je Božidarju Štoru dovoljeno kupiti največ tri podjetja Ivanu Mavčarju največ dve podjetji, Igorju Gradniku pa največ eno. Komisija za privatizacijo želi prodati vsa podjetja naenkrat in iztržiti čimveč ter tako napolniti državno blagajno. Prosijo te za nasvet. Ponudbe so prikazane v spodnji tabeli.

	SDT d.d.	Benzena d.d.	Merkantina d.d.	Pivorana Flaška d.d.	Trojeglav d.d.
Božidar Štor	65	40	25	35	40
Ivan Mavčar	60	50	35	45	45
Igor Gradnik	75	45	45	55	50

Cene so v miljonih evrov.

Reševanje naloge z ugibanjem ne šteje, ker gre za resne zadeve državnega pomena. Uporabiti moraš ustrezen algoritem pri katerem jasno in natančno opišeš izvedbo korakov.

Naloga 2 [25 točk]

Sestavi Turingov stroj nad abecedo $\Sigma = \{0, 1, 2\}$, ki sprejme natanko nize, ki so sestavljeni samo iz enic in ničel ter imajo dvakrat toliko enic kot ničel.

Naloga 3 [25 točk]

Dan je algoritem A, ki nam za vhodni graf G v konstantnem času odgovori, ali je graf 3-obarvljiv. Sestavi polinomski algoritem, ki nam vrne 3-barvanje grafa. Uporabiš lahko torej polinomsko zahtevne predelave grafa in polinomsko mnogo klicev algoritma A.

Naloga 4 [25 točk]

Dan je graf G ter pozitivni celi števil k in r. Na grafu uporabimo navadno grafovsko metriko ($u, v \in V(G)$, $d(u, v)$ = dolžina najkrajše poti med u in v). Za točko $v \in V(G)$ in $s \in \mathbb{N}$ označimo z $B(v, s) = \{u \in V(G) \mid d(v, u) \leq s\}$ kroglo z radijem s. Problem (k, r)-CENTER nam odgovori DA, natanko tedaj, ko je možno najti k različnih točk $v_1, \ldots, v_k \in V(G)$, tako da $\bigcup_{i=1}^{k} B(v_i, r) = V(G)$ (torej, k krogel z radijem r pokrije vse točke grafa). Sicer (k, r)-CENTER odgovori z NE.

1. Pokaži, da je problem (k, r)-CENTER NP poln (namig: problem točkovnega pokritja povezav).
2. V optimizacijski inačici problema želimo za dan graf G in dano pozitivno število k poiskati najmanjši r, tako da nam (k, r)-CENTER še odgovori z DA. Dan je naslednji algoritem:

   $S = \{\}$
   for $i = 1$ **to** k **do**
       naj bo u točka, ki je v G najbolj oddaljena od S
       $S = S \cup \{u\}$
   vrni S

   Naj bo r^* optimalna rešitev problema in naj bo r maksimalna razdalja med točkami $V(G) \setminus S$ in množico S. Pokaži, da je $r \leq 2r^*$ (Namig: premisli, kaj vse pokrijejo krogi z radijem $2r^*$).