

Računalništvo 3 + Kombinatorična optimizacija: 1. izpit

16. junij 2009

Čas reševanja: 120 minut

Naloga 1 [25 točk]

Neimenovano podjetje se ukvarja s proizvodnjo izdelka X. Njihovo poslovno leto je razdeljeno na četrletja. V posameznem četrletju lahko izdelajo največ M enot izdelka X. V vodstvu podjetja so ocenili, da bo v naslednjih štirih četrletjih povpraševanje po izdelku X znašalo n_i , $i = 1, 2, 3, 4$, enot. Stroški izdelave enote izdelka se po posameznih četrletjih spreminjajo in bodo znašali c_i , $i = 1, 2, 3, 4$, denarnih enot.

Podjetje lahko izdelke, narejene v posameznem četrletju, ob koncu četrletja odpošlje kupcem, lahko pa jih (vse ali pa le del) uskladišči in odpošlje kasneje. Stroški skladiščenja se ne spreminjajo in znašajo s denarnih enot za enoto izdelka. Obračunajo se ob koncu vsakega četrletja glede na stanje v skladišču. Na začetku leta je skladišče prazno, prazno pa mora biti tudi ob koncu leta.

Kako naj podjetje organizira proizvodnjo, da bo zadostilo povpraševanju in da bodo stroški poslovanja čim manjši?

- (a) Zapiši nalogo v obliki linearnega programa.
- (b) Zapiši nalogo v obliki problema razvoza z omejitvami.

Naloga 2 [20 točk]

Podatki za podjetje iz prve naloge so: $M = 25$, $s = 2$ in

naročila	15	18	30	8
stroški	50	60	40	70

Proizvodnjo nameravajo organizirati tako, da bodo v 1. četrletju izdelali 25 enot izdelka, v 2. četrletju 21 enot, v 3. zopet 25 enot, v zadnjem četrletju pa bo proizvodnja 0 enot.

S pomočjo dualnega dopolnjevanja ugotovi, ali je njihov načrt optimalen.

Kakšno spremembo stroškov poslovanja lahko pričakujejo v podjetju, če zmogljivost proizvodnje z $M = 25$ dvignejo na $M = 30$?

Naloga 3 [25 točk]

Reši enoparametrično družino matričnih iger, ki je podana s spodnjo matriko (parameter a je nenegativno realno število):

$$\begin{bmatrix} a & 2a & 3 \\ 1 & 1 & 2a \\ 1 & 2 & a \end{bmatrix}.$$

Poiskati je treba vrednost igre ter optimalno strategijo za prvega in za drugega igralca.

Naloga 4 [30 točk]

Za vsakega od naslednjih dveh problemov ugotovi, ali je v razredu P in ali je v razredu NPC.

Problem NEURAVNOTEŽENA RAZPOLOVITEV kot vhod dobi zaporedje naravnih števil a_1, \dots, a_n , zanima pa nas, ali obstaja taka množica indeksov $\mathcal{I} \subseteq \{1, \dots, n\}$, da velja

$$|\mathcal{I}| \leq 2009 \quad \text{in} \quad \sum_{i \in \mathcal{I}} a_i = \sum_{i \notin \mathcal{I}} a_i.$$

Problem PRIBLIŽNA RAZPOLOVITEV kot vhod tudi dobi zaporedje naravnih števil a_1, \dots, a_n , zanima pa nas, ali obstaja taka množica indeksov $\mathcal{I} \subseteq \{1, \dots, n\}$, da velja

$$\left| \sum_{i \in \mathcal{I}} a_i - \sum_{i \notin \mathcal{I}} a_i \right| \leq 2009.$$