

Univerza v Ljubljani
Fakulteta za *matematiko in fiziko*



Izbirni predmeti na magistrskih programih
Oddelka za matematiko FMF

Študijsko leto 2023/24

Ljubljana, 2023

Seznam temeljnih predmetov na magistrskem študiju

Naslednji predmeti so ključni v svojih skupinah in imajo zagotovljeno izvajanje vsaki dve leti.

Skupina	Temeljni predmeti
M1 (analiza in mehanika)	Kompleksna analiza Parcialne diferencialne enačbe Teorija mere Uvod v funkcionalno analizo
M2 (algebra in diskretna matematika)	Kombinatorika Komutativna algebra Nekomutativna algebra Teorija grafov
M3 (geometrija in topologija)	Algebraična topologija 1 Analiza na mnogoterostih
M4 (numerična matematika)	Numerična aproksimacija in interpolacija Računalniško podprto geometrijsko oblikovanje
M5 (verjetnost, statistika, finančna matematika)	Finančna matematika 2 Statistika 2 Verjetnost 2
R1 (računalniška matematika)	Logika v računalništvu Matematika z računalnikom Računska geometrija Verjetnostne metode v računalništvu
O (ostalo)	Matematični modeli v biologiji Astronomija Moderna fizika

Seznam izbirnih predmetov v letu 2023/24

Jezik izvajanja predmeta:

slo - slovenski

ang - angleški

slo/ang - v primeru tujih študentov morda angleški

Skupina	Predmet	Izvajalec	Semester	Jezik
M1	Funkcionalna analiza Kompleksna analiza Teorija mere Izbrana poglavja iz analize: operatorski ideali in njihova uporaba	Klep Andrist Kandić Kostenko	zimski zimski poletni poletni	slo/ang ang slo ang
M2	Kombinatorika Izbrana poglavja iz diskretne matematike 1 Kardinalna aritmetika Nekomutativna algebra Izbrana poglavja iz algebre Teorija števil	Konvalinka Potočnik Simpson Klep Šivic Smertnig	zimski poletni poletni zimski poletni poletni	slo/ang ang ang slo/ang slo ang
M3	Algebraična topologija 1 Algebraična topologija 2 Izbrana poglavja iz topologije	Pavešić Strle Smrekar	zimski poletni poletni	slo/ang slo/ang slo
M4	Numerična aproksimacija in interpolacija Numerično reševanje parcialnih diferencialnih enačb Numerične metode za linearne sisteme upravljanja	Knez Grošelj Plestenjak	zimski poletni poletni	slo slo slo
M5	Finančna matematika 2 Verjetnost 2 Bayesova statistika Aktuarska matematika: neživljenjska zavarovanja Časovne vrste Numerične metode v finančni matematiki Izbrana poglavja iz finančne matematike: upravljanje s tveganji	Perman Bernik Smrekar Vidmar Basrak Zanette Dacorogna	zimski zimski zimski poletni poletni poletni poletni	slo/ang slo slo slo/ang ang ang ang
R1	Teorija programskih jezikov Računska zahtevnost IPRM: Verjetnostne metode v računalništvu Matematika z računalnikom IPRM: Logika v računalništvu	Pretnar Simpson Marc Iršič, Cabello Simpson	zimski zimski zimski poletni poletni	slo ang slo/ang slo/ang ang
O	Astronomija Delovna praksa	Zwitter Žitnik	oba oba	slo slo

**Seznam predmetov, ki se bodo v okviru obštudijske dejavnosti izvajali na
FMF v letu 2023/24**

Skupina:

S - splošni izbirni predmet

Skupina	Predmet	Izvajalec	Semester	Jezik
S	Bridž Prostovoljna učna pomoč	Drinovec Drnovšek Kobal	zimski oba	slo slo

Seznam predmetov, ki se bodo v 2023/24 izvajali na doktorskem študiju

Predmete lahko izberejo tudi študenti 2. stopnje

Skupina	Predmet	Izvajalec	Semester	Jezik
doktorski predmeti	Topics in algebra: Modules over hereditary noetherian prime rings	Smertnig	zimski	ang
	Izbrana poglavja iz topologije: Homologija, vztrajnost in magnituda	Govc	poletni	slo/ang

Funkcionalna analiza

Igor Klep

Vsebina:

Funkcionalna analiza je veja matematične analize, ki se ukvarja z vektorskimi prostori opremljenimi s topologijo ter linearnimi preslikavami med njimi. Glavni poudarek pri tem predmetu bo na operatorskih algebrah (= množice zveznih linearnih operatorjev, ki so algebra za operacijo komponiranja). Rezultati, pridobljeni v študiju operatorskih algeber, so pogosto podani v algebraičnem jeziku, v dokazih pa uporabljamo algebraične in analitične metode. Operatorska algebra ima mnoge aplikacije, npr. v teoriji upodobitev, diferencialni geometriji, kvantni fiziki, idr.

Pri predmetu bomo vpeljali lokalno konveksne prostore in se ukvarjali s konveksnimi množicami. Letem bomo priredili ekstremne točke in si ogledali, kako te določajo konveksno množico (Krein-Milmanov izrek). Spotoma bomo spoznali šibko, šibko-* topologijo in Banach-Alaoglujev izrek.

Poudarek predmeta bo pa na operatorskih algebrah. V Banachovih algebrah si bomo ogledali spekter elementa, Rieszov funkcijski račun, Gelfandova transformacija. Nato se osredotočimo na najpomembnejši razred operatorskih algeber: C^* -algebre. Teme bodo ideali in kvocienti, komutativne C^* -algebre, funkcijski račun v C^* -algebrah, stanja in upodobitve, univerzalna upodobitev, Gelfand-Naimark-Segalova konstrukcija, von Neumannov izrek o bikomutantu in von Neumannove algebre, spektralni izrek za omejene normalne operatorje.

Literatura:

- J.B. Conway: A Course in Operator Theory, Graduate Studies in Math. 91; Amer. Math. Soc., 2000.
- R.V. Kadison & J.R. Ringrose: Fundamentals of the Theory of Operator Algebras I, II, Graduate Studies in Math. 15, 16; Amer. Math. Soc., 1997.
- G.J. Murphy: C^* -algebras and operator theory, Academic Press, Inc., 1990.

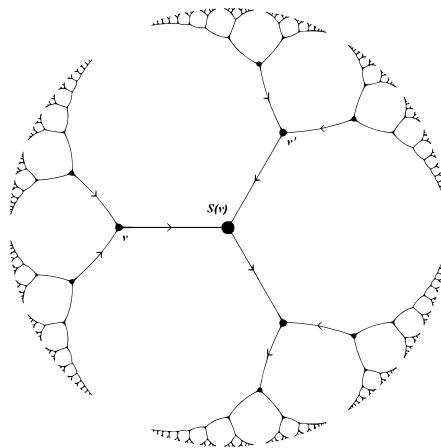
Potrebno/pričakovano predznanje:

Osnove algebre, analize in topologije. Zaželeno je poznavanje snovi iz Uvoda v funkcionalno analizo.

Izvedba 3/2. Predavanja in vaje. Zimski semester.

Namesto kolokvijev domače naloge, ki se upoštevajo pri oceni. Izpit.

Jezik: slovenski ali angleški.



Kompleksna analiza/Complex analysis

Rafael Andrist

Opis/Description:

In this course we treat more advanced topics of Complex Analysis in one variable. We will first review the basic properties that follow from the Cauchy integral formula such as the maximum principle, Schwarz lemma etc. We will generalize the Cauchy integral formula and study the inhomogeneous Cauchy–Riemann equation.

We will prove the famous Riemann mapping theorem, i.e. that every simply connected proper subdomain of the complex plane is biholomorphic to the unit disk.

Similar to the theory of series, we will develop the theory of infinite products. This will enable us to represent several holomorphic functions such as trigonometric functions or the Gamma function as products with infinitely many factors. We will then proceed to prove the classical theorems of Mittag-Leffler and Weierstraß about interpolation by entire holomorphic or meromorphic functions whose values and principle parts in discrete sets can be prescribed. A related subject is Runge approximation of holomorphic functions on certain domains by holomorphic functions that are defined on the entire plane.

The behavior of holomorphic functions will be investigated further with the theorems of Bloch, Schottky and Picard. Picard's theorem states that an entire holomorphic function that omits two or more values of the complex plane must be constant.

If time permits, we will also study growth estimates for meromorphic functions using Nevanlinna theory.

Literatura/Literature:

- [1] Lars V. Ahlfors, *Complex analysis*, 3rd ed., International Series in Pure and Applied Mathematics, McGraw-Hill Book Co., New York, 1978.
- [2] Reinhold Remmert, *Classical topics in complex function theory*, Graduate Texts in Mathematics, vol. 172, Springer-Verlag, New York, 1998.
- [3] Sanford L. Segal, *Nine introductions in complex analysis*, Revised edition, North-Holland Mathematics Studies, vol. 208, Elsevier Science B.V., Amsterdam, 2008.

Potrebno/pričakovano predznanje/Prerequisites:

Osnove analize v obsegu predmetov Analiza 1, Analiza 2A in Analiza 2B. Najpomembnejše potrebne rezultate iz predmeta Analiza 2B bomo uvodoma ponovili.

The basics of analysis as given in the courses Analysis 1, Analysis 2A and Analysis 2B. The most important and necessary results from these courses will be repeated in the introduction.

Izvedba/Hours 3/2.

Predavanja in vaje. Pisni del izpita sestoji iz samostojnega reševanja domačih nalog, ki jih bodo študenti prejeli med semestrom, ter zaključnega pisnega izpita.

Lectures and exercises. The written part of the exam consists of homeworks that the students will receive during the semester and the final written exam.

Semester: winter

Jezik/Language: English

Teorija mere

Marko Kandić

Vsebina:

Verjetnostni račun je na začetku pretežno preučeval diskretne dogodke s kombinatoričnimi metodami. Leta 1933 je Kolmogorov postavil temelje modernejšega pristopa, ki slonijo na teoriji mere. Mera, kot pojem, je posplošitev pojmov dolžine, ploščine in volumna na poljubne množice.

Pri predmetu bomo najprej vpeljali pojma merljivega prostora in pozitivne mere. Ogleдали si bomo osnovne lastnosti in nato konstruirali Lebesgueovo mero na realni osi, ki se na intervalih ujema z njihovo dolžino. Vpeljali bomo pojem merljivosti funkcij in definirali Lebesgueov integral nenegativne merljive funkcije. Definicijo integrala bomo razširili na razred absolutno integrabilnih merljivih funkcij. Izpeljali bomo zelo pomembna Lebesgueova izreka o monotoni in dominirani konvergenci, ki povesta, kdaj lahko zamenjamo limitni proces in integracijo. Definirali bomo dvojni integral in se kot pri Analizi 2a vprašali, kdaj je dvojni integral enak dvakratnima. Na to vprašanje bomo odgovorili s Tonellijevem in Fubinijevem izrekom. Ker se Lebesgueov in Riemannov integral ujemata v primeru Riemannovo integrabilne funkcije $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$, nam Lebesgueova teorija omogoča nova orodja za integracijo Riemannovo integrabilnih funkcij.

V nadaljevanju bomo vpeljali pojma realne in kompleksne mere. Dokazali bomo Lebesgue-Radon-Nikodýmov izrek ter Hahnov in Jordanov razcep realne mere. Srečali se bomo tudi s pojmom L^p -prostorov, ki predstavljajo nepogrešljiv vir Banachovih prostorov v funkcionalni analizi. Nato si bomo ogledali mere na lokalno kompaktnih prostorih. Pri tem bomo dokazali Rieszov izrek o reprezentaciji pozitivnih funkcionalov na $C_c(X)$. Za konec si bomo ogledali še odvajanja mer in funkcij.

Potrebno/pričakovano predznanje: Osnove teorije množic, analize in topologije.

Izvedba 3/2: Predavanja in vaje. Namesto kolokvijev ena domača naloga, ki se upošteva pri oceni. Končna ocena je kombinacija domače naloge, pisnega in teoretičnega pisnega izpita.

Semester izvajanja: poletni

Jezik izvajanja: slovenski

Izbrana poglavja iz analize: Trace ideals and applications**Aleksey Kostenko**

Vsebina/Content: The central result in finite-dimensional operator theory (theory of matrices) is the Jordan normal form. Our main topics will be special classes of linear operators in Hilbert spaces, namely, compact operators and (unbounded) self-adjoint operators. The purpose of the course is to get acquainted with basic results of the theory of compact operators and operator ideals in Hilbert spaces. We will also focus on numerous applications of this theory (bound state problems, scattering theory, nonlinear wave equations etc.)

The following topics are expected to be treated:

- Compact operators, Hilbert–Schmidt operators, Hilbert–Schmidt Theorem, Fredholm alternative, Spectral Theorem (for compact operators), Canonical expansion.
- Singular values, Trace Class, Neumann–Schatten ideals, Calkin’s theory of operator ideals.
- Fredholm determinants, Mercer’s Theorem, Lidskii’s Theorem, Plemelj–Smithies formulas.
- Applications: Bound state problems (for Schrödinger operators), scattering (in 1D), KdV and all that.

It is also planned to touch briefly many other topics including the approximation property in Banach spaces, the invariant subspace problem, Hankel and Toeplitz operators, Fredholm operators and their index etc.

Potrebno oz. pričakovano predznanje/Prerequisites: Required knowledge are the basic results of linear algebra. Some knowledge of Hilbert spaces would be desirable and helpful.

Izvedba/Hours 3/2: Predavanja in vaje. Domača naloga se upošteva pri oceni pisnega dela izpita. Po opravljenem pisnem izpitu je potrebno opraviti še ustni del izpita.

(Lectures and tutorials. Homework is taken into account when assessing the written part of the exam. After passing the written exam, it is necessary to pass the oral part of the exam.)

Semester: poletni (summer)

Jezik/Language: angleški (English)

Kombinatorika

Matjaž Konvalinka

Vsebina:

Preštevalna kombinatorika je področje diskretne matematike, ki se ukvarja s preštevanjem matematičnih objektov z določenimi lastnostmi. Problemi segajo od zelo lahkih (npr. število permutacij množice z n elementi je $n!$) do (verjetno) nerešljivih (npr. poiskati število neizomorfnih grafov na n točkah). Pri predmetu bomo nadgradili znanje o osnovnih problemih preštevanja (izbori, razčlenitve in razdelitve, dvanaajstera pot), q -analogih, Pólyevi teoriji, delno urejenih množicah in Möbiusovi inverziji. Poudarek bo na rodovnih funkcijah in formalnih potenčnih vrstih (algebra formalnih potenčnih vrst, računanje z rodovnimi funkcijami, eksponentna formula, Lagrangeeva inverzija) ter na njihovi uporabi (reševanje rekurzivnih enačb, iskanje povprečij in standardnih deviacij, aproksimacija členov zaporedja).

Pri predmetu bomo predelali veliko večino vsebin, zahtevanih na kombinatoričnem delu magistrskega izpita iz diskretne matematike.

Potrebno/pričakovano predznanje: Poznavanje osnovnih principov preštevanja (pridobljenega npr. pri predmetu Diskretna matematika 1 na prvostopenjskem študiju Matematike ali Finančne matematike ali pri predmetu Kombinatorika na prvostopenjskem študiju IŠRM).

Izvedba 3/2. Izpit iz vaj in izpit iz teorije.

Semester: zimski

Jezik: Angleščina, če so pri predmetu tuji študenti, sicer slovenščina.

Izbrana poglavja iz diskretne matematike 1: Permutacijske grupe in kombinatorične strukture

Primož Potočnik in Antonio Montero

Vsebina: V ozadju mnogih kombinatoričnih struktur, kot so zemljevidi, kombinatorični načrti, konfiguracije, končne geometrije itd., igrajo pomembno vlogo permutacijske grupe. Snov predmeta bo tako preplet povsem kombinatorične tematike, kjer se bomo spoznali z zgoraj naštetimi strukturami, in osnov teorije permutacijskih grup.

Literatura:

- N. L. Biggs, A. T. White, *Permutation Groups and Combinatorial Structures*, Cambridge University Press (1979).
- J. D. Dixon, B. Mortimer, *Permutation Groups*, Springer, Graduate Texts in Mathematics **163** (1996).

Potrebno/pričakovano predznanje:

- Poznavanje osnov teorije grup: definicija, podgrupe, podgrupe edinke, kvocientne grupe, izreki o homomorfizmu, center, komutatorska grupa, rešljivost, delovanja grup, izreki Sylowa;
- Poznavanje osnov kombinatorike: binomski simboli, osnovne naloge preštevanja, osnovno o grafih.

Dodatno predznanje s področij teorije grup in diskretne matematike je koristno, ni pa obvezno.

Izvedba

Predmet se bo izvajal s tremi urami predavanj in dvema urama vaj tedensko. Izpit bo sestavljen iz pisnega in ustnega dela. Med semestrom se boste lahko udeležili pisnega testa, ki bo lahko nadomestil do 25% pisnega dela izpita (namesto v naprej določenih dveh nalog z izpita vam bomo upoštevali povprečje teh dveh nalog in pisnega testa).

Semester: poletni

Jezik: Predmet bomo izvajali v angleščini.

Cardinal Arithmetic (Kardinalna aritmetika)

Alex Simpson

Vsebina:

The course studies notions of infinity in mathematics, from the viewpoint of set theory. On the one hand, this leads to powerful infinitary methods of proof, such as transfinite induction. On the other, one is led naturally to mathematical questions that apparently have no definitive answer. The most famous of these is Cantor's *continuum hypothesis*, which is a statement about the arithmetic of cardinal numbers. This statement turns out to be *undecidable* in the sense that it can be consistently assumed to be true, and also consistently assumed to be false.

The principal course topics are:

- The axioms of set theory.
- Set theory as a foundation of mathematics.
- Cardinality and the continuum hypothesis.
- Ordinals, transfinite induction and well-orders.
- The axiom of choice: equivalent statements, and consequences.
- Alephs and cardinal arithmetic.
- Inaccessible cardinals.
- Sets of real numbers.

The course will be given in English.

Potrebno/pričakovano predznanje: Splošna matematična izobrazila s 1. stopnje študija matematike. Predmet je izrazito matematične narave, zato mora imeti študent veselje do abstraktnega razmišljanja in dokazovanja izrekov.

Izvedba 3/2. Obveznosti študenta: pisni izpit in ustni izpit.

Semester: poletni.

Jezik: Angleščina.

Nekomutativna algebra

Igor Klep

Vsebina:

Obraunavani bodo nekomutativni kolobarji in nekomutativne algebre. Kolobarji so ena osrednjih struktur, ki se pojavljajo v abstraktni algebri. Pogosto pa jih srečamo tudi na drugih matematičnih področjih: v teoriji upodobitev (grupni kolobarji), funkcionalni analizi (operatorske algebre), kompleksni analizi (kolobarji holomorfnih ali meromorfnih funkcij), parcialnih diferencialnih enačbah, topologiji (kohomološki kolobarji) in še kje. Tako bo predmet zelo koristen za študente, ki bi se želeli usmeriti v teoretično matematiko. Zanimiv pa bo tudi za vse, ki jih algebra veseli in bi želeli njeno znanje nadgraditi ter osvetliti znane pojme iz prvostopenjskega študija v novi luči.

Pri predmetu bo študent najprej spoznal končno razsežne algebre, jedro predmeta pa bo strukturna teorija kolobarjev. Za konec se bomo ukvarjali tudi s teorijo modulov. Seznam predvidenih tem:

- Končno-razsežne algebre
- Verižni pogoji: noetherski in artinski kolobarji in moduli
- Polenostavnost
- Wedderburn-Artinova teorija
- Jacobsonov radikal
- Maschkejev izrek
- Primitivni kolobarji
- Jacobsonov izrek o gostoti
- Centralno enostavne algebre
- Ciklične algebre
- Tenzorski produkti algeber
- Izrek Skolem-Noether
- Izrek o dvojnem centralizatorju
- Brauerjeva grupa
- Lokalni kolobarji in idempotenti
- Morita ekvivalenca modulskih kategorij

Potrebno/pričakovano predznanje: Algebra 2 in Algebra 3 prve stopnje študija matematike. Zahtevnejšim pojmom bo namenjena kratka ponovitev.

Izvedba 3/2: Predavanja in vaje. Domača naloga se upošteva pri oceni pisnega dela izpita. Po opravljenem pisnem izpitu je potrebno opraviti še ustni del izpita.

Literatura:

- B. Farb, R.K. Dennis: *Noncommutative Algebra*, Springer, 2012.
- T. Y. Lam: *A first course in noncommutative rings*, Springer, 1991.
- T. Y. Lam: *Lectures on modules and rings*, Springer, 1999.

Semester: zimski

Jezik: slovenski ali angleški (odvisno od študentov pri predmetu)

Izbrana poglavja iz algebre

Klemen Šivic

Vsebina:

Klasična algebraična geometrija se ukvarja z raznoterostmi, t.j. množicami točk, ki so ničle sistemov polinomskih enačb. Množica vseh polinomov, za katere je vsaka točka raznoterosti ničla, tvorijo ideal v kolobarju polinomov, kvocientni kolobar po tem idealu pa naravno lahko obravnavamo kot kolobar (polinomskih) funkcij na raznoterosti. Marsikdaj pa je ta opis nezadosten. Na primer, ni mogoče vsakega komutativnega kolobarja predstaviti kot kolobar polinomskih funkcij na neki raznoterosti. Kolobar mora biti končno generirana algebra nad danim poljem, pa še nilpotentov ne sme imeti. Tovrstne težave rešimo tako, da namesto raznoterosti obravnavamo splošnejše objekte, ki jih imenujemo sheme. Le-te se potem uporabljajo tudi v drugih področjih matematike, na primer v teoriji števil.

Obravnavali bomo naslednje teme:

- Spekter kolobarja, snopi, definicija sheme in osnovne lastnosti shem.
- Morfizmi shem, lepljenje.
- Snopi modulov na shemah.
- Diferenciali in nesingularne sheme.
- Projektivne sheme.
- Funktor točk, predstavljeni funktor, tangentni prostor na funktor.
- Parametrizacija z geometrijskimi objekti, ploščate družine shem, Hilbertove sheme.

Literatura:

D. Eisenbud, J. Harris, The geometry of schemes. Graduate texts in mathematics, Springer, 2000

A. Gathmann, Algebraic geometry. Class notes TU Kaiserslautern, <https://agag-gathmann.math.rptu.de/class/alggeom-2021/alggeom-2021.pdf>

R. Hartshorne, Algebraic geometry. Graduate texts in mathematics, Springer, 1977

D. Mumford, The red book of varieties and schemes. Lecture notes in mathematics, Springer, 1999

I. R. Shafarevich, Basic algebraic geometry 2: Schemes and complex manifolds. Springer, 2013

Potrebno/pričakovano predznanje:

Opravljene predmete Algebra 2, priporočljivo znanje Uvoda v algebraično geometrijo.

Izvedba 3/2

Predavanja in vaje. Pisni in ustni izpiti, domače naloge.

Semester: poletni

Jezik: slovenski

Number theory (Teorija števil)

Daniel Smertnig

Content:

We will develop the basic notions of algebraic number theory. In particular, we cover the following topics:

- number fields, rings of algebraic integers, discriminants, traces and norms, integral bases, and fractional ideals as well as the related algebraic notions of Dedekind domains and discrete valuation rings;
- the two major finiteness theorems: finiteness of the class group and Dirichlet's unit theorem (both via the geometry of numbers);
- irreducible elements, prime elements, unique factorization, and Euclidean domains;
- the decomposition of primes in number fields;
- localization and completion techniques.

Time permitting, as important special cases, we will consider quadratic number fields and cyclotomic fields.

Literature:

- Fröhlich, A., Taylor, M. J. *Algebraic number theory*, Cambridge University Press, 1990.
- Narkiewicz, W. *Elementary and analytic theory of algebraic numbers*, Springer, 2004 (3rd ed).
- Neukirch, J. *Algebraic number theory*, transl. from the German by Norbert Schappacher, Springer, 1999.

Prerequisites:

Familiarity with the basic notions of algebra (rings and groups) as well as some basic field theory is expected.

Izvedba/Hours: 3/2

Preverjanje znanja/Examination:

Lectures and exercises. The students will receive homework exercises during the semester. The theory part will be graded based on an oral exam.

Semester: poletni/summer

Language: angleški/English

Algebraična topologija 1

Petar Pavešić

Vsebina:

Algebraična topologija je študij topoloških prostorov s pomočjo algebre. Osnovna ideja je, da topološkim prostorom priredimo algebrske objekte, npr. števila (Eulerjeva karakteristika), grupe (fundamentalna grupa), module (homologija, bordizem), kolobarje (kohomologija, K-teorija). Operacije v prostoru se prevedejo v algebrske operacije (npr. unije v seštevanje, preseki v množenje), operacije na prostorih pa dajo direktne vsote, produkte, kvociente, razširitve in druge konstrukcije na pripadajočih algebrskih objektih. Pri predmetu bomo obdelali dva bazična primera, *fundamentalno grupo* in *homološke module*. Obravnavali bomo tudi *vztrajno homologijo*, ki se je močno razvila v zadnjih dvajsetih letih in ki uporablja metode algebraične topologije pri topološki analizi podatkov, prepoznavanju oblik, odpravljanju šumov, študiju senzorskih omrežij in drugih problemih, kjer imamo opravka z veliko količino informacij.

Teme:

- Homotopija. Celični kompleksi.
- Fundamentalna grupa.
- Krovni prostori. Klasifikacija krovnih prostorov.
- Homologija, homotopska invariantnost, eksaktna zaporedja.
- Vztrajna homologija.

Literatura:

A. Hatcher, Algebraic Topology

R. Ghrist, Elementary Applied Topology

(in še Applied Topology Topology & Sensor Networks za ljubitelje ilustracij)

H. Edelsbrunner, J. Harer, Computational Topology, An Introduction

Ž. Virk, Introduction to Persistent Homology

Potrebno/pričakovano predznanje: Pri Algebraični topologiji 1 pričakujem osnovno predznanje iz algebre in topologije na ravni predmetov Algebra 1 in 2 ter Splošna topologija. Dobrodošlo bo tudi poznavanje nekaterih vsebin iz Uvoda v geometrijsko topologijo (mnogoterosti) in Algebre 3 (jezik teorije kategorij), ki jih bomo sicer ponovili.

Izvedba 2/1/2. Ocena na podlagi pisnega in ustnega izpita.

Semester: zimski

Jezik: slovenski ali angleški

Algebraična topologija 2

Sašo Strle

Vsebina:

Algebraična topologija 2 je predmet, ki z Algebraično topologijo 1 tvori vsebinsko celoto. Oba predmeta sta ponujena v dveh zaporednih semestrih istega leta, zato se bomo lahko izognili ponavljanju začetnega dela snovi. Formalno pa snov Algebraične topologije 1 ni predpogoj za opravljanje Algebraične topologije 2.

V algebraični topologiji geometrijske objekte (ploskve, telesa, višje razsežne mnogoterosti, vozle, prostore rešitev diferencialnih enačb, pa tudi zapletene vzorce, digitalizirane posnetke in podobno) študiramo s pomočjo algebraičnih struktur, predvsem številskih karakteristik (stopnja preslikave, ovojno število, Eulerjeva karakteristika) ter grup (homotopskih in (ko)homoloških). Tradicionalno je algebraična topologija sinteza in vrhunec dodiplomskega študija ter pomemben predpogoj za nadaljevanje študija na tretji stopnji in za raziskovalno delo. Nekateri deli pa so tudi močno povezani z uporabo: na primer simplicialni kompleksi so standardno orodje za digitaliziranje slik in za numerično modeliranje, homološke in kohomološke grupe pa se rutinsko uporabljajo za samodejno računalniško analizo zapletenih množic podatkov, kot so satelitske slike, posnetki, dobljeni z magnetno resonanco, in podobno.

Osnovna literatura:

A. Hatcher: Algebraic topology.

Potrebno/pričakovano predznanje:

Pričakovano predznanje obsega predmete Splošna topologija in Algebra 2, delno pa tudi Uvod v geometrijsko topologijo in Algebra 3. Predmet se navezuje na vse predmete, ki imajo močno geometrijsko komponento (npr. Algebraična topologija 1, Algebraične krivulje, Algebraična geometrija, Diferencialna geometrija, Analiza na mnogoterostih, Riemannove ploskve, Liejeve grupe) in je poznavanje kateregakoli od teh zelo dobrodošlo s stališča motivacije, ni pa predpogoj za poslušanje predmeta. V kolikor bodo vsi poslušalci poznali vsebine iz Algebraične topologije 1, bomo to upoštevali pri izbiri snovi.

Izvedba in ocenjevanje:

Predmet se bo izvajal s predavanji (3 ure na teden) in vajami (2 uri na teden). Ocena bo oblikovana na podlagi domačih nalog, zaključnega testa in ustnega izpita.

Semester izvajanja:

Predmet bo ponujen v 2. semestru (kot nadaljevalni predmet Algebraične topologije 1).

Jezik izvajanja:

Predavanja in vaje bodo izvedena v slovenščini, razen v primeru, ko bodo predmet poslušali tudi tuji študenti – v tem primeru bo predmet izveden v angleščini

Izbrana poglavja iz topologije: Karakteristični razredi vektorskih svežnjev**Jaka Smrekar****Vsebina:**

Vektorski sveženj nad gladko mnogoterostjo in osnovne lastnosti kohomološkega kolobarja mnogoterosti. Aksiomatična opredelitev Stiefel-Whitneyjevih karakterističnih razredov in definicija Stiefel-Whitneyjevih karakterističnih števil. Problem paralelizabilnosti projektivnih prostorov in problem imerzije projektivnega prostora v evklidski prostor. Izračun kohomološkega kolobarja Grassmannovih mnogoterosti in dokaz obstoja Stiefel-Whitneyjevih razredov. Pojem orientabilnega svežnja in pojem orientabilne mnogoterosti. Karakterizacija orientabilnosti mnogoterosti s pomočjo karakterističnih razredov. Glavni svežnji. Eulerjev karakteristični razred – posplošitev Eulerjevega števila (karakteristike) – in Thomov izrek o izomorfizmu. Kompleksni vektorski svežnji in kompleksifikacija realnih vektorskih svežnjev. Chernovi in Pontrjaginovi razredi gladke mnogoterosti ter pripadajoča karakteristična števila.

Literatura:

- (1) John W. Milnor, James D. Stasheff, *Characteristic classes*. Annals of mathematics studies 76, Princeton University Press, 1974.
- (2) Dale Husemoller, *Fibre bundles*. Graduate texts in mathematics, Springer Verlag New York, 1994.

Potrebno/pričakovano predznanje:

Opravljen prvostopenjski program Matematika.

Izvedba 2/1/2.

Predavanja in vaje. Domače naloge in ustni zagovor.

Semester: zimski**Jezik:** slovenski

Numerična aproksimacija in interpolacija

Marjeta Knez

Vsebina:

Predmet obravnava matematična orodja, ki so nepogrešljiva pri aproksimativnem reševanju praktičnih problemov. Spoznamo razrede funkcij, ki so primerni za iskanje aproksimacij, kot so polinomi, odsekoma polinomske funkcije oziroma zleпки, trigonometrični polinomi ipd. Seznanimo se tudi s kriteriji, ki aproksimativne funkcije določajo. Tu izbiramo med optimalnimi shemami, kot so enakomerna aproksimacija s polinomi ali aproksimacija po metodi najmanjših kvadratov, in preprostejšimi linearnimi pristopi, kot je interpolacija. Spoznamo različne algoritme ter postopke za konstrukcijo aproksimantov ter merila za določanje njihove kvalitete. Med drugim se seznanimo z B-zleпки, ki sestavljajo numerično stabilno bazo prostora odsekoma polinomskih funkcij, to je bazo, katere elementi so nenegativni, imajo lokalni nosilec in tvorijo razčlenitev enote. Predmet je osnova vsem drugim predmetom s področja numerične analize.

Literatura:

- J. Kozak, Numerična analiza, DMFA - založništvo, Ljubljana 2008.
- M. Knez, J. Grošelj, Numerična aproksimacija in interpolacija, zbirka nalog z rešitvami, DMFA - založništvo, Ljubljana 2020.
- S. D. Conte, C. de Boor, Elementary Numerical Analysis, McGraw Hill, New York, 1980.
- D. Kincaid, W. Cheney, Numerical Analysis, Brooks/Cole, Pacific Grove, 1996.
- C. de Boor, A Practical Guide to Splines, Springer-Verlag, New York, 2001.

Potrebno/pričakovano predznanje: Ustrezno znanje iz analize ter poznavanje osnov numerične matematike in Matlaba.

Izvedba 3/2. Predmet se bo izvajal s 3 urami predavanj in 2 urama vaj.

Načrtovan izpitni režim: izpit iz vaj (pisni), izpit iz teorije (pisni ali ustni), dve domači nalogi (v Matlabu), ki se preverjata s kvizi.

Semester: zimski

Jezik izvajanja: slovenski

Numerično reševanje parcialnih diferencialnih enačb

Jan Grošelj

Vsebina:

Predmet obravnava snov, ki v uporabno smer nadgrajuje poznavanje matematike na področju reševanja parcialnih diferencialnih enačb. Slušatelje vpelje v numerične metode, njihovo analizo in implementacijo ter spozna s praktičnimi problemi, kjer se posamezni pristopi posebej odlikujejo.

Obravnane bodo naslednje teme: Parcialne diferencialne enačbe. Modelni problemi drugega reda. Enačbe eliptičnega tipa. Poissonova enačba. Diferenčna metoda. Diskretni maksimalni princip in ocena globalne napake. Iterativno reševanje diskretiziranih enačb. Jacobijeva, Gauss-Seidelova in SOR metoda. ADI metoda. Metode podprostorov Krilova. Večmrežne metode. Variacijske metode. Različni tipi metod končnih elementov. Enačbe paraboličnega tipa. Prevajanje toplote. Eksplicitne in implicitne numerične sheme. Crank-Nicolsonova metoda. Konsistenca, stabilnost in konvergenca. Enačbe hiperboličnega tipa. Valovna enačba. Karakteristike, karakteristične spremenljivke. Diferenčna metoda. Courantov pogoj. Konvergenca diferenčnih aproksimacij za modelni primer. Metoda karakteristik. Osnove metode radialnih baznih funkcij.

Predstavljen bo tudi Matlabov paket za osnovno reševanje parcialnih diferencialnih enačb v dveh dimenzijah, `pdeModeler`.

Literatura: J. Kozak, Numerična analiza, DMFA – založništvo, Ljubljana 2008.

Potrebno/pričakovano predznanje: Priporočljivo je predhodno opravljanje izbirnega predmeta *Numerična aproksimacija in interpolacija*. Predavatelj bo za tiste, ki tega predmeta niso poslušali, v predavanju vključil kratko premostitev. Prav tako je zelo zaželeno solidno znanje programskega jezika Matlab.

Izvedba 2/1/2. Načrtovan izpitni režim: domače naloge (preverjanje v obliki kvizov na računalniku), pisni in ustni izpit. Domače naloge se upoštevajo pri oceni pisnega dela izpita. Po opravljenem pisnem izpitu je treba opraviti še ustni del izpita.

Semester: poletni

Jezik: slovenski

Numerične metode za linearne sisteme upravljanja

Bor Plestenjak

Vsebina: Obravnavali bomo linearne sisteme upravljanja oz. kontrolne sisteme oblike

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t), \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t)\end{aligned}$$

za $t \geq t_0$ z začetnim stanjem $x(t_0) = x_0$. Pri tem je A matrika stanja, B je vhodna, C izhodna in D prehodna matrika, $x(t)$ je vektor stanj, $u(t)$ vhodni in $y(t)$ izhodni signal.

Tako lahko npr. opišemo delovanje klimatske naprave, avtopilota v letalu in drugih sistemov, ki se prilagajajo zunanjim podatkom tako, da se izhodni signal čim bolj ujema z željenim (npr., z nastavljeno temperaturo prostora). Da je to sploh možno, morajo imeti vse lastne vrednosti matrike A negativen realni del.

Poudarek bo na učinkovitih algoritmih za matrične probleme, ki nastopajo na tem področju, a se sicer pojavljajo tudi druge. Med drugim se bomo ukvarjali z naslednjimi problemi:

- računanje eksponentne funkcije matrike $M(t) = e^{At}$ (in drugih funkcij matrik),
- reševanje Ljapunove matrične enačbe $XA + A^T X = C$,
- reševanje Sylvestrove matrične enačbe $XA + BX = C$,
- reševanje Riccatijeve matrične enačbe $XA + A^T X + XBR^{-1}B^T X + Q = 0$.

Ključne besede: Linearni sistem upravljanja, matrika stanja, stabilnost, vodljivost, spoznavnost, odprtozančni in zaprtozančni sistemi, Ljapunova enačba, Sylvestrova enačba, Riccatijeva enačba, stabilizacija sistema.

Literatura:

- B. Plestenjak: Numerične metode za linearne sisteme upravljanja, skripta, 2022.
- B. Plestenjak: Numerične metode za linearne sisteme upravljanja, skripta vaj, 2022.
- B. N. Datta: Numerical Methods for Linear Control Systems, Elsevier Academic Press, San Diego, 2004.

Potrebno/pričakovano predznanje: obvezni numerični predmeti 1. stopnje.

Izvedba (3/2): 2 domači nalogi v obliki kvizov se upoštevata pri oceni pisnega dela izpita, po opravljenem pisnem delu izpita je potrebno opraviti še ustni izpit.

Ostalo: Predmet je namenjen vsem, ki jih zanima praktično reševanje matematičnih problemov in delo z računalnikom. Tudi bolj teoretično usmerjeni matematiki boste prišli na svoj račun, saj bomo linearno algebro nadgradili s številnimi teoretičnimi rezultati.

Več informacij o predmetu, vključno s skripto, lahko najdete na spletni strani

<https://users.fmf.uni-lj.si/plestenjak/vaje/NMLSU/nmlsu.htm>

ali preko elektronske pošte, seveda pa se lahko tudi osebno ogledate pri predavatelju.

Semester: poletni

Jezik: slovenski

Finančna matematika 2

Mihael Perman

Vsebina:

1. Sredstva iz analize in verjetnosti.
 - 1.1 Funkcije z omejeno totalno variacijo.
 - 1.2 Lebesgue-Stieltjesov integral.
 - 1.3 Konvergenca v L^2 prostorih.
 - 1.1 Maksimalne neenakosti za diskretne martingale.
2. Brownovo gibanje.
 - 2.1 Motivacija in definicija.
 - 2.2 Markovska in krepka markovska lastnost, princip zrcaljenja.
 - 2.2 Brownovi martingali.
 - 2.3 Martingali v zveznem času, kvadratična variacija.
 - 2.4 Izrek o opcijskem ustavljanju v zveznem času.
3. Itôv integral.
 - 3.1 Konstrukcija, Itôva izometrija, osnovne lastnosti.
 - 3.2 Itôva lema in uporabe.
 - 3.3 Lokalizacija in lokalni martingali.
 - 3.4 Integral glede na lokalni martingal
 - 3.5 Splošna Itôva formula.
 - 3.6 Stohastične diferencialne enačbe, obstoj in lastnosti rešitev.
4. Vrednotenje izvedenih vrednostnih papirjev.
 - 4.1 Povzetek diskretnih modelov.
 - 4.2 Black-Scholesov model.
 - 4.3 Varovanje v zveznem času.
 - 4.4 Zamenjava mere, izrek Girsanova, neobstoj arbitraže.
 - 4.5 Izrek o martingalski reprezentaciji, kompletnost modelov.
 - 4.6 Eksplicitni primeri vrednotenja opcij.

Literatura:

- B. Øksendal, Stochastic Differential Equations, 6th Edition, Springer, 2010.
- D. Lamberton, B. Lapeyre, Stochastic Calculus Applied to Finance, Chapman & Hall, 1996.
- S. Shreeve, Stochastic Calculus for Finance II: Continuous-Time Models, Springer, 2008.
- T. Björk, Arbitrage Theory in Continuous Time, 2nd Edition, 2009, Oxford.

Potrebno/pričakovano predznanje: Analiza 2: parcialno odvajanje, integracija funkcij več spremenljivk in integrali s parametrom. Verjetnost: neodvisnost, pričakovana vrednost, osnovne porazdelitve, pogojne porazdelitve in pogojna pričakovana vrednost, diskretni martingali. Teorija mere: abstraktni integral, izreka o monotoni in dominirani konvergenci, Fubinijev izrek, Radon-Nikodýmov izrek, L^p prostori. Finančna matematika 1: modeli gibanja cen, definicija izvedenih vrednostnih papirjev, princip ene cene, ekvivalentne mere, odsotnost arbitraže in kompletnost modelov.

Izvedba (3/2): Predmet ima običajno strukturo izvajanja s predavanji in vajami. Študenti morajo opraviti pisni izpit, ki ima utež 50% v celotni oceni. Drugi del obveznosti z utežjo 50% je seminarska naloga. Ustni izpit je po želji, če kdo želi popraviti oceno.

Semester: zimski

Jezik: Praviloma slovenski, v primeru večjega števila Erasmus študentov lahko tudi angleški.

Verjetnost 2

Janez Bernik

Vsebina:

Markovske verige v diskretnem času. Povezava s teorijo grafov in linearno algebro. Osnovna struktura verig. Časi prvih prehodov in vrnitev. Povrnljiva in minljiva stanja. Časi ustavljanja ter enostavna in krepka markovska lastnost. Ergodično obnašanje verige. Limitni izreki. Posebnosti v primeru končnega števila stanj.

Markovske verige v zveznem času: čisti skočni procesi brez eksplozije. Zvezna markovska lastnost. Naprejšnje in nazajšnje enačbe Kolmogorova v integralski in diferencialni obliki in njihove rešitve. Diferencialne enačbe in generator polgrupe. Konstrukcija: stabilnost in neeksplozivnost.

Uporaba markovskih verig: čakalni sistemi (rojstno smrtni čakalni sistem, čakalni sistem M/M/1, osnovni pojmi teorije strežnih sistemov, nekateri pomembni primeri čakalnih sistemov). Metoda Monte Carlo markovskih verig (Bayesova statistika in Monte Carlo simulacije, algoritma Gibbsov vzorčevalnik in Metropolis-Hastings, konvergenca algoritmov).

Potrebno/pričakovano predznanje: Opravljeni izpiti iz verjetnosti in statistike na 1. stopnji.

Izvedba 3/2: Ocena je določena na osnovi pisnega izpita.

Semester: zimski

Jezik: slovenski

Bayesova statistika

Jaka Smrekar

Vsebina:

Velik del statistike v praksi predstavlja ocenjevanje parametrov na podlagi slučajnega vzorca spremenljivk, katerih porazdelitve so povezane z ocenjevanimi parametri. Bayesova statistika omogoča, da v ocenjevanje vključimo predhodno 'mnenje' o vrednostih teh parametrov (na primer na podlagi sorodnih vzorcev podatkov iz preteklosti). Tudi v 'frekventističnih' problemih, ko predhodnih informacij o vrednostih naših parametrov nimamo ali pa jih ne želimo vključiti, se moramo pri ocenjevanju pogosto opreti na metode Bayesove statistike. Tipično je Bayesovo ocenjevanje računsko intenzivno in z vedno večjo zmogljivostjo računalnikov narašča tudi uporabnost Bayesove statistike.

Podrobno bomo obravnavali naslednje teme:

- Bayesovi modeli z enim in več parametri.
- Hierarhični modeli.
- Konjugirane apriorne porazdelitve.
- Algoritmi za aproksimacijo aposteriorne porazdelitve.
- Regresijska analiza.

Pričakovano predznanje: Osnove verjetnostnega računa, diskretne in zvezne slučajne spremenljivke in vektorji, večrazsežna normalna porazdelitev in iz nje izvedene porazdelitve.

Izvedba 2/1/2. Ocena na podlagi domačih nalog, seminarske naloge in ustnega izpita.

Semester: zimski

Jezik: slovenski

Aktuarska matematika: neživljenjska zavarovanja
Matija Vidmar (v sodelovanju z Janezom Komeljem)

Vsebina:

- (1) Modeli za procese štetja zavarovalniških zahtevkov: Poissonov proces, prenovitveni procesi in mešani Poissonovi procesi.
- (2) Celotni škodni zahtevki: pričakovana vrednost in varianca, asimptotično vedenje v prenovitvenem modelu, principi določanja premije, lastnosti premijskega funkcionala in monotonost glede na stohastično urejenost. Porazdelitve škodnih zahtevkov: lahek in težek rep. Mešane porazdelitve. Aproksimacija porazdelitve skupne škode. Pozavarovanje.
- (3) Teorija zavarovalniškega tveganja: mere tveganja, proces tveganja, verjetnost propada in pogoj čistega dobička, ocene verjetnosti propada.
- (4) Zavarovalniške rezervacije in kapitalske zahteve.
- (5) Teorija kredibilnosti.

Potrebno/pričakovano predznanje: Opravljeni izpiti iz verjetnosti in statistike na 1. stopnji finančne matematike ali ustrezen ekvivalent tega na drugih smereh.

Izvedba 2/1/2. Pisni izpit. Sodelovanje s strani gostov iz prakse (morebitne domače naloge).

Semester: poletni

Jezik: praviloma slovenski, deloma morda v angleščini (v primeru gostov iz prakse iz tujine, v ostalem po dogovoru s študenti).

Časovne vrste / Time series

Bojan Basrak, University of Zagreb, Croatia

Predavanja bodo v angleščini. / Lectures will be given in English.

Content:

Introduction: Examples of time series. Trend and seasonality. Autocorrelation function. Multivariate normal distribution. Strong and weak stationarity. Hilbert spaces and prediction. Introduction to time series modelling with R.

Stationary sequences: Linear processes. ARMA models. Causality and invertibility of ARMA processes. Infinite order MA processes. Partial autocorrelation function. Estimation of autocorrelation function and other parameters. Forecasting stationary time series. Modeling and forecasting for ARMA processes. Asymptotic behaviour of the sample mean and the autocorrelation function. Parameter estimation for ARMA processes.

Spectral analysis: Spectral density. Spectral density of ARMA processes. Herglotz theorem. Periodogram.

Nonlinear and nonstationary time series models: ARCH and GARCH models. Moments and stationary distribution of GARCH process. Exponential GARCH. ARIMA models.

Statistics for stationary process: Asymptotic results for stationary time series. Estimating trend and seasonality. Nonparametric methods.

Literature:

- P.J. Brockwell, R.A. Davis. *Introduction to Time Series and Forecasting*, Springer, 2002.
- P.J. Brockwell, R.A. Davis. *Time Series: Theory and Methods*, Springer, 1991.
- W.N. Shumway, D. Stoffer, *Time Series Analysis and Its Applications*, Springer, 2006.

Prerequisites: Introductory courses in probability and in statistics.

Teaching load 2/1/2. Written exam, seminar work and its presentation.

Semester: spring

Language: English

Numerične metode v finančni matematiki (Numerical Methods in Financial Mathematics)

Antonino Zanette,
University of Udine, Italy and INRIA MathRisk project, Paris, France

Vsebina/Contents:

Algorithms for option pricing in discrete models. Monte Carlo Methods for European options. Simulation methods of classical law. Inverse transform method. Computation of expectation. Variance reduction techniques. Tree methods for European and American options. Convergence orders of binomial methods. Estimating sensitivities. Numerical algorithms for portfolio insurance. Tree methods and Monte Carlo methods for Exotic options (barrier options, asian options, lookback options, rainbow options). American Monte Carlo methods. Finite difference methods for the Black-Scholes PDE equation.

Potrebno/pričakovano predznanje/Prerequisites: It will be expected that the students are familiar with foundations of financial mathematics and numerical mathematics. It is required that they followed the course Financial Mathematics 2 (Finančna matematika 2) in the first semester or in the past.

Izvedba/Hours. 2/1/2 The course will be held in the Spring Semester of 2024 and given in a few two-day stays (3 hours of lectures per day). Other hours will be devoted to follow-up of the project development and oral discussion.

The final examination will be composed of two parts :

- a written examination,
- an oral discussion of the topics of the course,

Bibliography: Notes, books and papers suggested by the teacher.

Additional material:

- J. Hull. Options, Futures, and Other Derivatives. Prentice Hall, 2011.
- N. H. Bingham, R. Kiesel. Risk-Neutral Valuation: Pricing and Hedging of Financial Derivatives. Springer Finance, 2004.
- P. Glasserman. Monte Carlo Methods in Financial Engineering. Springer, 2003.

Semester: poletni (spring)

Jezik/Language: angleški (English)

**Izbrana poglavja iz finančne matematike 1 -
upravljanje s tveganji**
**Topics in financial mathematics 1 -
risk management**

Prof. dr. Michel Dacorogna, Prime Re Solutions, Zug, Switzerland

Predavanja bodo v angleščini. / Lectures will be given in English.

In this course, we develop the main theoretical concepts and modelling techniques of Quantitative Risk Management (QRM). The goal for the students is to acquire practical tools to solve real life problems. We discuss risk management in the context of finance and insurance, but RM applies also to other sectors of the industry. Main concepts include loss distributions, risk measures, interdependence, and concentration of (extreme) risks, techniques derived from probabilistic modelling and statistical analysis, copula and extreme value theory. We also discuss corporate finance concepts like economic valuation of liabilities, capital, capital allocation and structure of capital.

Through examples and case studies from the practice, we explain how sophisticated mathematical methods can be integrated in the efficient management of an insurance portfolio of risk. At the end of the course, students should be able to understand how a modern financial institution manages its risks.

Vsebina / Contents:

- A. The concept of risk, risk measures, and the pricing of risk (4 hours): Definition of risk in insurance. Risk and risk measures, a coherent measure of risk. A simple example of pricing risk, what is the correct price? The various components of an insurance price. Capital to cover the risk.
- B. Aggregation of risk and dependencies (4 hours): Effects of diversification on the price. The right measure of dependency. A hierarchical dependency structure to avoid over specification. Pricing within a portfolio. Dependence structure and diversification benefits.
- C. Concept of capital and management of capital (4 hours): The different perspectives on capital. Risk based capital and economic capital. Capital allocation, what is the right method for what purpose. How much capital does an insurance company need? Structure of capital.
- D. Designing and implementing an internal model (4 hours): History of the development of internal model. Purposes and goals of an internal model. Structure and architecture of an internal model. Model calibration and testing. Conditions for embedding the model in the business process.
- E. Modelling of economic scenarios, their Impact on capital management (4 hours): The influence of the economy on an insurance company. Various ways to build economic scenario generators (ESG). The bootstrapping method to create scenarios. Yield curve modeling and stress scenarios. Testing of ESG.
- F. The new Solvency Regulations and the Role of Reinsurance (4 hours): New context for the industry and new solvency regulation. Use of internal models and DFA. How to optimize a reinsurance cover. Case study: multi-lines and covers for catastrophic events.
- G. Adding time diversification to risk diversification (2 hours): Bank and insurance as risk bearer and the challenges ahead. The example of natural catastrophes reserving. Measures to mitigate risk and time diversification. An investors' perspective on catastrophe risks.
- H. Enterprise Risk Management (ERM), towards a holistic approach to risk management (4 hours): The context of risk management: a changing risk landscape. Risk management culture. Risk and economic capital modeling. Emerging risk management. Risk controls and processes. Strategic risk management

There is no book or article that covers the full set of chapters. Selected books and articles that would treat part of the course will be given separately. In any case, the students will get a full set of slides for each chapter of the course. The list is for those who want to deepen their knowledge in this field.

Potrebno/pričakovano predznanje/Prerequisites: Introductory courses in probability and in statistics. Students are expected to be fluent in statistical programming languages either R or Python.

Izvedba/Hours. 2/1/2 The lectures will be held in the Spring Semester of 2024 and given in two week-long stays. Most of the course will be lectures in front of students, but we will provide some exercises to deepen the understanding and discuss case studies coming from practice. These will be further elaborated in tutorial sessions. Extensive slides will be distributed to the students and a research project will be used to conclude the course.

The seminar part of the course will be given by Paul Larsen.

Preverjanje znanja/Examination: The assessment will be done through two research projects. The first, smaller midterm project, will be given after the first part of lectures, and a larger research project will be given at the end of the course. By team of two or three, the students will be given a research project to conclude with a personal report of maximum 15 pages. The reports will be due in 2 weeks for the midterm research project and in 4 weeks for the final one. The research can be done in a team, but the report must be individual. The report must be written in a style readable by non-expert of the problem, and results have to be presented and discussed in it, as well as the theory underlying the problem. Listings of the program or the program output do not constitute a report. They do not belong in it.

Semester: poletni (spring)

Jezik/Language: angleški (English)

Teorija programskih jezikov

Matija Pretnar

Vsebina:

Pri predmetu bomo spoznali temeljna načela, ki vodijo razvoj modernih programskih jezikov. Na primerih znanih konstruktov (pogojni stavki, funkcije, zanke, ...) bomo pogledali, kako matematično formaliziramo programski jezik, ter s pomočjo dokazovalnikov (npr. Coq ali Agda) pokazali njegove lastnosti.

- (1) Osnove funkcijskega programiranja.
- (2) Konkretna in abstraktna sintaksa.
- (3) Operacijska semantika.
- (4) Sistemi tipov.
- (5) Uporaba dokazovalnikov.
- (6) Parametrični polimorfizem in samodejna izpeljava tipov.
- (7) Denotacijska semantika.
- (8) Računski učinki.

Literatura:

- B. Pierce. Types and Programming Languages. Cambridge University Press, 2002.
- B. Pierce et al. Software Foundations. <https://softwarefoundations.cis.upenn.edu/>
- A. Chlipala. Formal Reasoning About Programs. <http://adam.chlipala.net/frap/>
- P. Wadler, W. Kokke. Programming Language Foundations in Agda. <https://plfa.github.io/>

Potrebno/pričakovano predznanje:

- Osnovno znanje programiranja

Izvedba 3/2. Obveznosti študenta: domače naloge in pisni izpit.

Semester: zimski

Jezik: slovenski

Računska zahtevnost (Computational complexity)

Alex Simpson

Vsebina:

- Models of computation (Turing machines)
- Hard problems (Nondeterminism, the classes P and NP, MP-completeness)
- Randomised algorithms and complexity classes
- Space complexity
- Interactive proofs and zero-knowledge proofs
- Complexity of counting problems.

The course will be taught in English.

Potrebno/pričakovano predznanje: Osnovno znanje logike, algebre, diskretne matematike in verjetnosti.

Izvedba 3/2. Predavanja in vaje. Ocenjevanje sestavljata praktični del (domače naloge) in teoretični del (ustni izpit).

Semester: zimski.

Jezik: Angleščina.

Verjetnostne metode v računalništvu

Tilen Marc

Vsebina:

Pri predmetu bomo spoznali različne uporabe verjetnosti za reševanje algoritmičnih in sorodnih problemov. Predstavili bomo osnovne naključnostne algoritme in matematično analizirali njihove lastnosti. Poudarek bo na analizi pričakovane časovne zahtevnosti in verjetnosti napake takih algoritmov.

Podrobno bomo obravnavali naslednje teme:

- Quicksort in minimalni prerez.
- Razredi problemov in vrste naključnostnih algoritmov.
- Uporaba polinomov v naključnostnih algoritmih.
- Černove meje (*Chernoff bounds*) in njihova uporaba.
- Modeliranje z naključnimi grafi.
- Naključnostni prirastni algoritmi in povratna analiza.
- Linearno programiranje v nižjih dimenzijah.
- Metoda Monte Carlo in približno štetje.
- Markovske verige in njihova uporaba (Metropolisov algoritem)
- Zgoščevalne funkcije (*hash functions*).

Potrebno/pričakovano predznanje: Osnovno znanje o algoritmih in (diskretni) verjetnosti. Del predmeta je povezan s predmetom Računska geometrija, vendar predznanje ni potrebno.

Izvedba 3/2. Izpit iz vaj in izpit iz teorije.

Semester: zimski

Jezik: slovenski ali angleški (odvisno od študentov pri predmetu)

Matematika z računalnikom

Sergio Cabello, Vesna Iršič

Vsebina: Spoznali bomo raznovrstna računalniška orodja, ki jih uporabljajo matematiki pri svojem delu. To so sistemi za simbolno računanje, dokazovalni pomočniki, orodja za analizo velikih omrežij, za risanje grafov, za delo z grupami, za računanje topoloških invariant, in podobno.

Predmet bo potekal projektno. Študenti bodo izdelali vsak svoj projekt, ki bo izbran v skladu z njihovimi interesi. Poudarek bo na praktični uporabi obstoječih orodij, zato bodo študenti praviloma reševali konkretne matematične probleme z obstoječimi računalniškimi orodji. Kdor pa bo tako želel, bo lahko v sklopu svojega projekta tudi implementiral kak zahtevnejši matematični algoritem.

Pričakovano predznanje: Splošno matematično znanje s prve stopnje študija matematike.

Izvedba izvajanja: Uvodna predavanja, individualne konzultacije, predstavitev in zagovor izdelanih projektov ob koncu semestra.

Ocenjevanje: Študent pridobi oceno na podlagi izdelanega projekta in kratke predavitve.

Semester izvajanja: Poletni semester 2023/24.

Jezik izvajanja: Slovenski in/ali angleški jezik. Vsa literatura je v angleškem jeziku.

LOGIKA V RAČUNALNIŠTVU

(Logic in computer science)

Alex Simpson

Outline:

From the construction of low-level integrated-circuit architecture, to the verification of high-level program and system behaviour, applications of logic pervade computer science. This course will explore some of the variety of different logics used in computer science, looking at applications, the technology underpinning such applications, and the mathematical theory behind them.

The main topics of study will be:

- (1) Propositional logic and satisfiability. SAT-solvers.
- (2) Predicate logic. Its use as a modelling language. Bounded model checking.
- (3) Temporal logic. System modelling. Model checking using Büchi automata.
- (4) Hoare logic for program verification. Cook's completeness theorem.
- (5) Type theory and proof assistants.

The course will be given in English.

Literature:

- M. Huth and M. Ryan. *Logic in Computer Science: Modelling and Reasoning about Systems*. Cambridge University Press. Second edition, 2004.
- K. Baier and J.-P. Katoen. *Principles of Model Checking*. MIT Press, 2008.
- J. Avigad, L. de Moura, and S. Kong. *Theorem Proving in Lean*. leanprover.github.io, 2021.

Potrebno/pričakovano predznanje:

- Osnovno znanje programiranja

Izvedba (3/2): Obveznosti študenta: domače naloge za praktični del predmeta in ustni izpit za teoretični del.

Semester: poletni.

Jezik: Angleščina

Astronomija

Tomaz Zwitter

Vsebina:

Zgodovinski uvod: astronomska odkritja, ki so spremenila svet, osnovne meritve.

Osnove orientacije po nebu: koordinatni sistemi, kvantitativne posledice rotacije in revolucije, loma, precesije, lastnega gibanja, aberacije svetlobe in paralakse.

Sodobni astronomski teleskopi: odboj in lom, osnovni parametri teleskopa, geometrijske, uklonske in atmosferske omejitve, nastanek in lastnosti slike.

Astronomski instrumenti: osnovne lastnosti digitalnih detektorjev, osnove fotometričnih in spektroskopskih opazovanj, statistične lastnosti merskih napak

Sonce kot tipična zvezda: masa Zemlje in Sonca, njuna povprečna gostota, izsev, efektivna temperatura, površinski težnostni in rotacijski pospešek.

Struktura Soncu podobnih zvezd: hidrostatično ravnovesje, dinamični čas, središčni tlak in temperatura, utemeljitev privzetka idealnega plina, politropni model, virialni teorem, termični čas, sipalni procesi, sevalni in konvekcijski prenos energije.

Starost zvezd: primer Zemlje in Sonca, jedrske reakcije, njihova stabilnost in nuklearni čas, odvisnost izseva od mase za Soncu podobne zvezde.

Razvoj zvezd: medzvezdni prostor, nastanek zvezd, faza orjakinj, končne faze razvoja, odvisnost razvoja od mase, Hertzsprung-Russellov diagram, dinamično merjenje mase

Planeti okoli drugih zvezd: načini odkrivanja, statistične lastnosti poznanega nabora, ovrednotenje pristranosti nabora.

Relativistični pojavi: vrste običajnih in aktivnih galaksij, akrecija snovi, nadsvetlobno gibanje, gravitacijsko lečenje.

Osnove kozmologije: FRW metrika in njene rešitve. Vrednosti osnovnih kozmoloških parametrov.

Potrebno/pričakovano predznanje: Vpis v letnik.

Izvedba 2/1 (celoletni predmet). Predavanja, vaje in praktična domača naloga, izvedena na Astronomsko geofizikalnem observatoriju. Domača naloga se upošteva pri oceni pisnega dela izpita. Po opravljenem pisnem izpitu je potrebno opraviti še ustni del izpita.

Semester: zimski in poletni

Jezik: slovenski

Bridž
Splošna izbirnost - Obštudijska dejavnost, 3 ECTS
Barbara Drinovec Drnovšek

Vsebina: Bridž je družabna igra za 4 igralce oziroma 2 para, ki se igra z 52 igralnimi kartami. Sestavljena je iz dveh delov: iz licitacije in odigravanja. Pri licitaciji skušamo čim bolj natančno napovedati, koliko vzetrov bova s partnerjem dobila in katera barva bo adut. Vidimo le svoje karte, s partnerjem se sporazumevamo preko napovedi. V drugem delu igre poskuša par, ki je zmagal v licitaciji, osvojiti vsaj toliko vzetrov, kot jih je napovedal. Nasprotni par se trudi, da bi to preprečil.

Pri igri se razvija logično mišljenje, sposobnost hitrega odločanja in prilagajanje odločitev na podlagi vedno novih informacij, pa tudi socialne spretnosti in partnerski odnos.

Pri predmetu bomo spoznali osnovna pravila minibridža in bridža. Naučili se bomo osnov licitacije. Informacije, ki jih pridobimo iz licitacije, bomo uporabili pri odigravanju. Spoznali bomo temeljne prvine odigravanja: impas, ekspas, blokiranje in deblokiranje, ohranitev komunikacije, onemogočanje komunikacije med nasprotniki. Posvetili se bomo atakiranju in uporabi dovoljenih načinov komunikacije med partnerjema pri igri v obrambi.

Odigrali bomo en turnir v minibridžu in dva v bridžu.

Potrebno/pričakovano predznanje: Vpis na prvo oziroma drugo stopnjo študijskega programa Univerze v Ljubljani. Predznanje ni potrebno.

Izvedba 1/2: Eni uri predavanj bosta sledili dve uri vaj. Študenti se bodo pridobljeno teoretično znanje naučili uporabiti v praksi.

Ocenjuje se z ocenama »opravi«/»ni opravi«. Za pristop k izpitu je pogoj 75-odstotna prisotnost pri predmetu. Z dvema uspešno odigranima turnirjema študent opravi izpit.

Semester: zimski, ob sredah ob 16:15.

Jezik: slovenski

Ostalo: Študent lahko obštudijsko dejavnost izbere v okviru splošnih izbirnih predmetov. Vpis v obštudijsko dejavnost bo potekal od začetka vpisov na FMF do zapolnitve prostih mest.

Prostovoljna učna pomoč
Splošna izbirnost - Obštudijska dejavnost, 3 ECTS
Damjan Kobal

Vsebina:

Mladi iz socialno ogroženih družin so pogosto manj uspešni pri študijskem delu in potrebujejo učno pomoč, ki pa si je ne morejo privoščiti. Po drugi strani lahko za take otroke prav učni uspeh predstavlja motivacijo in edino upanje za izhod iz negativnih socialno-družinskih ciklov.

V sodelovanju z relevantnimi humanitarnimi organizacijami kot na primer *Zveza prijateljev mladine Ljubljana Moste-Polje* ali *Slovenska filantropija* študent izvede približno 30 ur individualnih ali skupinskih inštrukcij ali drugega spremljevalnega dela mladih v okviru organiziranih aktivnosti ustreznih humanitarnih organizacij. O vsebini in obsegu dela študent pripravi enostavno poročilo.

Potrebno/pričakovano predznanje: Vpis na prvo oziroma drugo stopnjo študijskega programa Univerze v Ljubljani. Predznanje ni potrebno.

Izvedba

Po uvodnih informiranjih in ustrezni koordinaciji z relevantnimi humanitarnimi organizacijami študent začne izvajati individualno učno pomoč in druge oblike dela z mladimi.

Ocena »opravil«/»ni opravil« se podeli na podlagi ustrezne angažiranosti.

Semester: zimski ali poletni

Jezik: slovenski

Ostalo: Študent lahko obštudijsko dejavnost izbere v okviru splošnih izbirnih predmetov. Vpis v obštudijsko dejavnost bo potekal od začetka vpisov na FMF do zapolnitve prostih mest.

Modules over hereditary noetherian prime rings

Daniel Smertnig

Content:

Hereditary noetherian prime (HNP) rings are a natural class of (in general) noncommutative rings that include such rings as commutative Dedekind domains (e.g., \mathbb{Z} , $\mathbb{Z}[i]$, and $\mathbb{Q}[X]$), the ring of Hurwitz quaternions, simple Dedekind domains (e.g., the first Weyl Algebra, $A_1(\mathbb{C}) = \mathbb{C}\langle x, y \rangle / \langle yx - xy - 1 \rangle$), matrix rings over such rings, and certain subrings (basic idealizers) of the before mentioned rings.

Compared to vector spaces over fields, modules over a ring can exhibit very complex structure. The goal of this course is to study the class of finitely generated projective modules over hereditary noetherian prime rings, following the recent monograph of Levy–Robson. At the beginning of the course we will recall the notion of projective modules, of Ext^1 , give some examples of HNP rings, and see Steinitz's Theorem on modules over commutative Dedekind domains. We then follow the monograph of Levy and Robson in developing the module theory of finitely generated projective modules over HNP rings (a recent noncommutative generalization of the classic result of Steinitz). In doing so, we encounter the concepts of a class group, faithful and cycle towers, and the genus.

Literature:

- Lam, T. Y., *Lectures on Modules and Rings*, 1999.
- Levy, Lawrence S.; Robson J. Chris, *Hereditary Noetherian Prime Rings and Idealizers*, 2011.

Prerequisites:

Familiarity with the basic notions of algebra (rings and modules). It is helpful if you already know about projective modules and basic noncommutative algebra (e.g., Artin–Wedderburn), but we will at least recall these notions when we need them.

Izvedba/Hours: 2/0

Preverjanje znanja/Examination:

The course will be graded based on an oral exam.

Semester: zimski/winter

Language: angleški/English

HOMOLOGIJA, VZTRAJNOST IN MAGNITUDA

DEJAN GOVC

Vsebina: Vztrajna homologija je bila razvita kot metoda za študij strukture ogromnih množic podatkov z vidika topologije. Podatki imajo običajno strukturo končnega metričnega prostora in so torej s topološkega vidika diskretni. Vendar pa jim lahko na podlagi metrike priredimo razne filtrirane topološke objekte. Z uporabo funktorialnosti invariant algebralne topologije nato lahko sledimo spreminjanju topoloških značilnosti vzdolž filtracije in na ta način pridemo do zelenih informacij.

Magnituda je numerična invarianta metričnih prostorov, ki se je pojavila v teoriji kategorij v povezavi s poskusi definicije Eulerjeve karakteristike (obogatene) kategorije. Kljub tej precej abstraktni motivaciji se izkaže, da magnituda metričnega prostora vsebuje razne geometrijske informacije, kot so npr. volumen, površina ali dimenzija Minkowskega. Magnitudo se da tudi kategorificirati: to pomeni, da jo lahko razumemo kot Eulerjevo karakteristiko t.i. magnitudne homologije, prirejene metričnemu prostoru.

Tekom predmeta bomo spoznali obe invarianti in povezave med njima. Začeli bomo z obravnavo simplicialnih kompleksov in simplicialnih množic ter ponovili osnove homologije. Nato bomo definirali vztrajno homologijo za različne primere filtracij. Obravnavali bomo splošno strukturo vztrajnostnih modulov. Definirali bomo magnitudo metričnih prostorov in obravnavali njene lastnosti. Posebej bomo obravnavali magnitudo grafov in s tem motivirali idejo magnitudne homologije grafov in njene posplošitve. Nazadnje si bomo ogledali še povezave med obema pojmom: spoznali bomo pojma zabrisane magnitudne homologije in vztrajne magnitude. (Program predmeta je okviren, in sicer v odvisnosti od časa, ki bo na voljo, in želja poslušalcev.)

Literatura: Literature je precej, predmet bo osnovan predvsem na podlagi naslednjih člankov:

- Frederic Chazal, Vin de Silva, Marc Glisse & Steve Oudot. The structure and stability of persistence modules.
- Tom Leinster & Mark Meckes. The magnitude of a metric space: from category theory to geometric measure theory.
- Tom Leinster & Michael Shulman. Magnitude homology of enriched categories and metric spaces.
- Nina Otter. Magnitude meets persistence: homology theories for filtered simplicial sets.
- Dejan Govc & Richard Hepworth. Persistent magnitude.

Potrebno/pričakovano predznanje: Priporočeno je splošno matematično predznanje pridobljeno tekom študija 1. stopnje Matematike. Koristno (ne pa nujno) je tudi poznavanje nekaterih osnovnih konstrukcij Algebralne Topologije in Teorije Kategorij, vendar jih bomo tekom predmeta še sproti ponovili. Poglavje o magnitudi bo zahtevalo tudi nekaj malega znanja Analize.

Izvedba: Predavanja. Predvideno je preverjanje znanja z domačimi nalogami oziroma projektom in morebitnim ustnim zagovorom.

Semester: poletni

Jezik: slovenski (po dogovoru s študenti lahko tudi angleški)