



FMF

UNIVERZA V LJUBLJANI
Fakulteta za matematiko in fiziko

Predmeti na doktorskem študiju matematike Oddelka za matematiko FMF

Študijsko leto 2025/26

Seznam doktorskih predmetov v letu 2025/26

Področje	Predmet	Izvajalec	Sem.	Jezik
algebra analiza topologija	Multiplikativna teorija idealov in teorija faktorizacij	Smertnig	2.	ang
	Hanklovi in Toeplitzovi operatorji	Bessonov	1.	ang
	Vztrajna homologija	Virk	2.	ang

V nadaljevanju sledijo vsebinski opisi predmetov, ki so jih pripravili izvajalci.

Multiplikativna teorija idealov in teorija faktorizacij

Daniel Smertnig

Opis: V tem predmetu preučujemo faktorizacije elementov v atome (tj. nerazcepne elemente) v kolobarjih in monoidi. Večinoma se bomo ukvarjali z okvirom komutativnih celih kolobarjev in odpravljenih komutativnih monoidov. Že razmeroma šibki pogoji (npr. verižni pogoj naraščanja za glavne ideale) zadostujejo za zagotovitev obstoja faktorizacij elementov v nerazcepne. Zlasti imajo noetherjeva področja vedno takšne faktorizacije. Po drugi strani pa enoličnost teh faktorizacij pogosto odpove – že v tako »lepih« kolobarjih, kot sta $\mathbb{Z}[\sqrt{-5}]$ ali kolobar celoštevilskih vrednostnih polinomov $\text{Int}(\mathbb{Z})$. Teorija faktorizacije preučuje to neenoličnost faktorizacij z algebrainimi, analitičnimi in kombinatoričnimi metodami.

Teme predmeta vključujejo:

- osnovne invariante teorije faktorizacije (množice dolžin, elastičnosti, catenarne stopnje),
- Dedekindovi kolobarji,
- Krullovi celi kolobarji in Krullovi monoidi,
- razredna grupa deliteljev Krullovega monoida,
- monoidi zaporedij ničelnih vsot,
- transferni homomorfizmi v teoriji faktorizacije za Krullove monoide,
- multiplikativna teorija idealov komutativnih kolobarjev in monoidov.

Literatura:

- A. Geroldinger, F. Halter-Koch. Non-Unique Factorizations Algebraic, Combinatorial and Analytic Theory. CRC Press, 2006.
- F. Halter Koch (editors: A. Geroldinger and A. Reinhart). Ideal Theory of Commutative Rings and Monoids, Springer, 2025.
- F. Wang, H. Kim. Foundations of Commutative Rings and Their Modules. Springer, 2024.

Pričakovano predznanje: Algebra 2 in 3. Komutativna algebra in teorija števil sta koristni, ampak ne nujno potrebni.

Ocenjevanje: pisno

Semester: poletni

Tedenske ure: 2/0

Jezik: angleški

Hanklovi in Toeplitzovi operatorji

Roman Bessonov

Opis: Predmet je uvod v teorijo prostorov Hardy ter Hanklovih in Toeplitzovih operatorjev na njih. Te operatorje lahko obravnavamo kot strukturirane matrike, pojavljajo se v širokem spektru tem, od teorije napovedovanja do problemov optimalnega nadzora, od operatornih algebr do teorije sipanja. Predmet se bo osredotočil na njihove osnovne lastnosti in prikazal več pomembnih aplikacij. Večina dokazov je funkcijsko-teoretična narave, na meji kompleksne analize in teorije operatorjev.

Literatura:

- N.K.Nikolskii, *Operators, functions, and systems: an easy reading*. Vol. 1, Mathematical Surveys and Monographs, 92, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 2002
- A.Böttcher and B.Silbermann, *Introduction to large truncated Toeplitz matrices*, Universitext, Springer, New York, 1999
- V.V.Peller, *Hankel operators and their applications*, Springer Monographs in Mathematics, Springer, New York, 2003
- N.K.Nikolskii, *Toeplitz matrices and operators*, Cambridge Studies in Advanced Mathematics, 182, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 2020

Pričakovano predznanje: Osnove teorije mere in kompleksne analize.

Ocenjevanje:

- Domače naloge
- Ustni izpit

Semester: Zimski semester.

Tedenske ure: 2 uri predavanj tedensko.

Jezik: Angleški.

Vztrajna homologija

Žiga Virk

Opis: Vztrajna homologija je parametrizirana verzija homologije, s katero merimo velikosti lukenj v prostoru. V zadnjem času je gonilo topološke analize podatkov, v okviru katere jo pogosto označujejo kot stabilen deskriptor geometrijskih oblik. V okviru predmeta bomo predstavili topološke, algebrske in kombinatorične konstrukcije, preko katerih je vztrajna homologija definirana. Razložili bomo osnovne načine njenih izračunov, se poglobili v njeno stabilnost (zveznost) in si ogledali njene uporabe v matematiki ter še kje.

Literatura:

- Žiga Virk. *Introduction to Persistent Homology*, Založba UL FRI, University of Ljubljana, 2022.
- Herbert Edelsbrunner, John L. Harer. *Computational Topology, An Introduction*, American Mathematical Society, 2010.
- Ulrich Bauer in Michael Lesnick, *Induced Matchings and the Algebraic Stability of Persistence Barcodes*, Journal of Computational Geometry 6:2 (2015), 162–191.

Pričakovano predznanje:

Zahtevano: Osnove linearne algebre (Gaussova eliminacija, vektorski prostori)
Zaželeno: osnove algebrske topologije

Ocenjevanje: Potrebno bo opraviti domačo nalogo, poleg tega pa še ustni izpit ali predstavitev članka.

Semester: Poletni

Tedenske ure: 2 uri predavanj na teden

Jezik: angleški