

FMF | UNIVERZA V LJUBLJANI
Fakulteta za matematiko in fiziko

Predmeti na doktorskem študiju matematike
Oddelka za matematiko FMF

Študijsko leto 2026/27

Ljubljana, 2026

Seznam doktorskih predmetov v letu 2026/27

Področje	Predmet	Izvajalec	Sem.	Jezik
računalniška matematika	Kategorna logika	Simpson	1.	ang
algebra	Struktura in naključnost v teoriji grafov in aditivni kombinatoriki	Jezernik	2.	ang
analiza	Teorija razširitev simetričnih operatorjev in uporaba	Kostenko	1.	ang
topologija	Uporaba kohomoloških tehnik v kompleksni analizi	Pavešić, Slapar	2.	slo/ang

V nadaljevanju sledijo vsebinski opisi predmetov, ki so jih pripravili izvajalci.

Kategorna logika (Categorical Logic))

Alex Simpson

Opis: Predmet se bo ukvarjal z modeli teorije kategorij, ki so uporabne za matematiko in računalništvo. Predmet bo samostojen.

(1) Kartezično zaprte kategorije in tipiziran λ-račun.
(2) Primer: kategorije funktorjev.
(3) Primer: kategorije iz teroje realizabilnosti.
(4) Monadi in račun za učinke.
(5) Primer: kategorije algeber.
(6) Lokalno kartezično zaprte kategorije in teorija odvisnih tipov.
(7) Regularne kategorije in logika podobjektov.
(8) Kvazitoposi in toposi.
(9) Primer: kategorije snopov.
(10) Primer: realizabilnostni toposi.
(11) Fibracijie.

Literatura:

- S. Mac Lane and I. Moerdijk. Sheaves in Geometry and Logic. Springer-Verlag, 1992.
- B. Jacobs. Categorical Logic and Type Theory. North Holland, 1999
- S. Awodey. Categorical Logic. Lecture notes, 2024.

Pričakovano predznanje: Splošna matematična zrelost, kot se spodobi za doktorskega študenta.

Ocenjevanje: Udeležba na seminarju in ustni izpiti.

Semester: Zimskii.

Tedenske ure: 2/1 (predavanja: 2, seminar: 1)

Jezik: Angleški

Struktura in naključnost v teoriji grafov in aditivni kombinatoriki

Urban Jezernik

Opis: Doktorski predmet ponuja sodoben uvod v osrednjo temo sodobne kombinatorike: dihotomijo med strukturo in psevdonaključnostjo, ki se je vzporedno razvijala v teoriji grafov in aditivni kombinatoriki ter ju povezuje skupen nabor metod in pogledov. Tesno bomo sledili novemu učbeniku Yufeija Zhaa Graph Theory and Additive Combinatorics: Exploring Structure and Randomness, pri čemer si bomo prizadevali obravnavati večino njegove vsebine.

Na strani teorije grafov bomo razvili temeljne tehnike ekstremalne in verjetnostne kombinatorike, začenši s klasičnimi problemi prepovedanih podgrafov, na primer vprašanji Turánovega tipa, nato pa bomo prešli k strukturnim orodjem, kot so Szemerédijeva metoda regularnosti, ideje preštevanja in odstranjevanja ter modeli naključnosti prek kvazinaključnih grafov in spektralnih metod. Nato bomo obravnavali analitične okvire, ki urejajo obsežno strukturo grafov, med drugim limite grafov oziroma grafone ter neenakosti za gostote grafov in homomorfizmov, s poudarkom na tem, kako analitične neenakosti izražajo kombinatorične omejitve.

Na strani aditivne kombinatorike se bomo osredotočili na prelomne rezultate in ideje, ki stojijo za njimi, zlasti na izreke Rothovega tipa in 3-člena aritmetična zaporedja, Fourierjeve metode v končnih abelovih grupah in v celih številih ter širšo filozofijo regularnosti v aritmetičnih okoljih. Nato bomo preučevali strukturo vsotnih množic, na primer majhno podvojitev in strukturo Freimanovega tipa, ter fenomen vsote in produkta, preden bomo razpravljali o tem, kako se rezultati za goste množice prenesejo v redka psevdonaključna okolja, vrhunec pa bodo predstavljali ključni pojmi, povezani z izreki Szemerédija in Green–Tao. Ves čas bomo poudarjali, kako se ista konceptualna predloga (razcep objektov na strukturirane in psevdonaključne dele) pojavlja v različnih dokazih in uporabah ter kako se grafovska in aditivna perspektiva medsebojno krepita.

Predmet je zasnovan kot vstopna točka v širok nabor orodij (kombinatoričnih, spektralnih, analitičnih in Fourierjevih metod) ter kot priprava na branje sodobnih raziskovalnih del na presečišču ekstremalne kombinatorike in aditivne teorije števil.

Literatura:

- Zhao, Yufei. *Graph theory and additive combinatorics: exploring structure and randomness.* Cambridge University Press, 2023.

Pričakovano predznanje: /

Ocenjevanje: Bralna domača naloga, ustni izpit.

Semester: poletni

Tedenske ure: P/S=2/1

Jezik: angleški

Teorija razširitev simetričnih operatorjev in uporaba

Aleksey Kostenko

Opis: Glavni poudarek bo na teoriji razširitev simetričnih operatorjev v Hilbertovih prostorih in njenih uporabah pri linearnih diferencialnih operatorjih (Hamiltoniani s točkovnimi interakcijami, kvantni grafi in eliptične parcialne diferencialne enačbe). Prvi del predmeta bo posvečen klasičnemu pristopu, ki so ga razvili J. von Neumann, K. Friedrichs in M. G. Krein. Nato bomo obravnavali sodoben in zmogljiv pristop k teoriji samoadjungiranih razširitev, ki temelji na pojmu 'boundary triplets' za adjungirani operator simetričnega operatorja. Ta pristop, katerega začetniki so bili J. W. Calkin, M. Višik in M. Birman, se je izkazal za posebej uporabnega pri obravnavi diferencialnih operatorjev.

Literatura:

- M. Sh. Birman and M. Z. Solomyak, *Spectral Theory of Self-Adjoint Operators in Hilbert spaces*, D. Reidel Publ., Kluwer, 1987.
- V. Derkach and M. Malamud, *Extension Theory of Symmetric Operators and Boundary Value Problems*, Springer, 2025.
- K. Schmüdgen, *Unbounded Self–Adjoint Operators on Hilbert Space*, Springer, 2012.
- B. Simon, *A Comprehensive Course in Analysis, Part 4: Operator Theory*, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 2015.

Pričakovano predznanje: Osnovno znanje funkcionalne analize. Zaželeno je tudi osnovno poznavanje navadnih in parcialnih diferencialnih enačb, ni pa nujno.

Ocenjevanje: Pisni izpit.

Semester: zimski

Tedenske ure: (2 uri predavanj, 1 ura seminarja)

Jezik: angleki

Uporaba kohomologije v kompleksni analizi

Petar Pavešić, Marko Slapar

Opis: Predmet je uvod v kohomološke metode v kompleksni analizi. Uvodoma bomo predstavili osnovne kohomološke tehnike, vključno z vsebinami, ki bodo dopolnile predznanje poslušalcev. V drugem delu tečaja bomo predstavili nekaj bazičnih rezultatov kompleksne analize, ki jih lahko dobimo s pomočjo kohomoloških tehnik.
(1) Dobra pokritja, obstoj, kofinalnost, izrek o živcu. Kohomologija prirejena pokrtiju, direktne limite grup, eksaktnost, Čechova kohomologija, povezava z DeRhamovo kohomologijo, zlasti povezava med cup-produktom in produktom diferencialnih form. Opcija: osnove spektralnih zaporedij, spektralno zaporedje dvojnega kompleksa.
(2) Analitični snopi in Oka-in izrek o syzygy-jih, Cartanova Heftungslemma, lepljenje analitičnih snopov, koherentni analitični snopi Steinovih mnogoterosti, Cartanova izreka A in B, Dolbeaultova kohomologija, Cousinovi problemi in uporaba.

Literatura:

- R. Bott, L. Tu, Differential forms in Algebraic Topology, GTM 82 Springer, (1982).
- H. Grauert and R. Remmert, Theory of Stein spaces. Transl. from the German by Alan Huckleberry. Reprint of the 1979 ed. Berlin: Springer (2004).
- R. C. Gunning and H. Rossi: Analytic functions of several complex variables. Reprint of the 1965 original. Providence, RI: AMS Chelsea Publishing (2009).

Pričakovano predznanje: Nekatere teme bodo zahtevale metode, ki so običajno obravnavane v standardnih tečajih algebraične topologije in kompleksne analize. Kadarkoli bo potrebno, bodo te teme na kratko predstavljene med tečajem

Ocenjevanje: Seminar in ustni izpit.

Semester: poletni

Tedenske ure: P/S/V=2/1/0

Jezik: slovenski ali angleški (odvisno od študentov pri predmetu).