

FMF | UNIVERZA V LJUBLJANI
Fakulteta za matematiko in fiziko

Izbirni predmeti na univerzitetnem študijskem programu 1. stopnje Matematika

Študijsko leto 2026/27

Ljubljana, 2026

Seznam izbirnih predmetov v letu 2026/27

2. letnik

Predmet	Izvajalec	Semester	Izvajanje	KT
Afina in projektivna geometrija	Vavpetič	poletni	2/2	5
Algebraične krivulje	Šivic	poletni	2/2	5
Programiranje 2	Pretnar	poletni	2/2	5
Uvod v geometrijsko topologijo	Pavešić	poletni	2/2	5

3. letnik

Strokovni izbirni predmeti

Skupina	Predmet	Izvajalec	Semester	Izvajanje	KT
B1	Matematično modeliranje	Kanduč	poletni	2/2	5
	Numerična linearna algebra	Plestenjak	poletni	2/2	5
B2	Diskretna matematika 2	Toledo	poletni	2/2	5
	Optimizacija 1	Žitnik	zimski	2/2	5
	Podatkovne strukture in algoritmi 1	Škrekovski	zimski	2/2	5
	Teorija kodiranja in kriptografija	Marc	poletni	2/2	5
B	Algebra 3	Brešar	zimski	2/2	5
	Elementarna teorija števil	Kudryavtseva	poletni	3/2	6
	Finančna matematika 1	Košir	poletni	2/2	5
	Analiza podatkov s strojnim učenjem	Todorovski	zimski	2/2	5
	Osnove podatkovnih baz	Vidali	poletni	2/2	5
	Slučajni procesi 1	Vidmar	poletni	2/2	5
	Teorija iger	Cabello	zimski	3/3	6
	Uvod v diferencialno geometrijo	Saksida	poletni	2/2	5

Splošni izbirni predmeti – Obštudijske dejavnosti

Predmet	Izvajalec	Semester	KT
Bridž	Drinovec Drnovšek	zimski	3
Matematična tekmovanja	Iršič Chenoweth, Klep	zimski	3
Prostovoljna učna pomoč	Potočnik	oba	3

Afina in projektivna geometrija

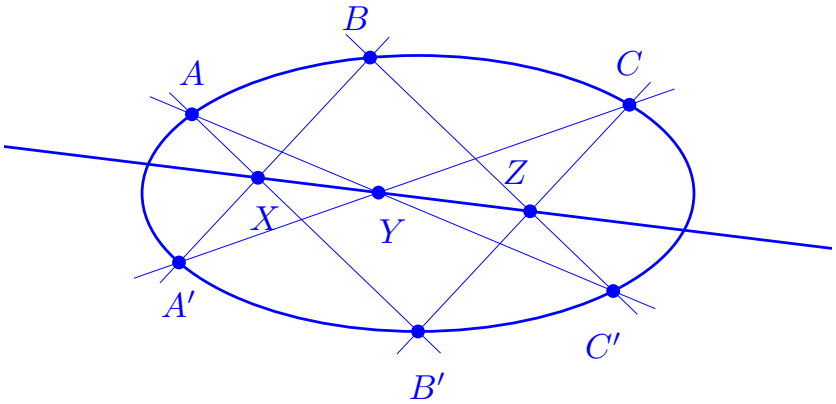
Aleš Vavpetič

Vsebina in cilji predmeta

Afini prostori, afine transformacije, osnovni izrek afine geometrije. Projektivni prostori, dualnost, vložitev afine geometrije v projektivno, kolineacije in projektivnosti, osnovni izrek projektivne geometrije, projektivno ogrodje, dvorazmerje, harmonična četverka, perspektivnost. Stožnice v projektivni ravnini. Pol in polara, dvorazmerje na stožnici, Pascalov izrek, klasifikacija stožnic.

Povezanost z drugimi predmeti

Pogoj za vpis je opravljen izpit iz predmeta Algebra I.
Predmet ni pogoj za ostale predmete na 1. ali 2. stopnji študija matematike.



Pascalov izrek

Izpitni režim

Pisni in ustni izpit.

Literatura

- A. Vavpetič: Afina in projektivna geometrija [Elektronski vir], Ljubljana, 2011.
- T. Košir, B. Magajna: Transformacije v geometriji, DMFA-založništvo, Ljubljana, 1997.
- I. Vidav: Afina in projektivna geometrija, DMFA-založništvo, Ljubljana, 1981.
- M. Berger: Geometry I, Springer, Berlin, 2004.
- E. G. Rees: Notes on Geometry, Springer, Berlin-New York, 2005.

Algebraične krivulje

Klemen Šivic

Vsebina in cilji predmeta

Algebraična krivulja je množica rešitev enačbe $p(x, y) = 0$, kjer je p polinom v dveh spremenljivkah. Nekaj malega smo se o njih naučili že v prvem letniku. Tu bomo znanje precej nadgradili. Poudarek je na povezavi med geometrijo in algebro. Predvidena snov je:

- Afine algebraične krivulje. Nerazcepnost in povezanost.
- Projektivno zaprtje. Presečna večkratnost med krivuljo in premico. Bezoutjeva lema.
- Tangente. Singularnosti.
- Polare in Hessove krivulje.
- Dualna krivulja. Plückerjeva formula.
- Racionalne krivulje. Stožnice.
- Kubične krivulje.
- Izrek o rodu in stopnji nesingularne krivulje.

Študij algebraičnih krivulj predstavlja uvod v algebraično geometrijo, ki se ukvarja s sistemi polinomskih enačb v več spremenljivkah. Študij algebraičnih objektov povezanih z algebraičnimi krivuljami je motivacija za dobršen del komutativne algebre. Študij racionalnih točk na algebraičnih krivuljah je pomemben v teoriji števil. Algebraične krivulje nad končnimi obsegi so zelo uporabne v kriptografiji.

Povezanost z drugimi predmeti

Potrebovali in nadgrajevali bomo znanje predmetov Algebra 1 in Analiza 1. Navezovali se bomo tudi na snov predmetov Algebra 2 in Splošna topologija. Predmet je dobra osnova, ni pa pogoj, za predmet Uvod v algebraično geometrijo na 2. stopnji. Koristi tudi pri predmetu Komutativna algebra na 2. stopnji.

Izpitni režim

Ocena iz vaj: dva kolokvija ali pisni izpit.
Ocena iz predavanj: ustni izpit - pogoj za pristop je pozitivna ocena iz vaj.

Literatura

- R. Bix: Conics and Cubics, a concrete introduction to algebraic curves, Springer Verlag, New York, 2006.
- G. Fisher: Plane algebraic curves, AMS, Providence, 2001.
- C. G. Gibson: Elementary Geometry of Algebraic Curves, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1992.
- K. Hulek: Elementary Algebraic Geometry, AMS, Providence, 2003.
- M. Reid: Undergraduate Algebraic Geometry, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1988.

Programiranje 2

Matija Pretnar

Vsebina in cilji predmeta

Pri predmetu se bomo učili nizkonivojskega programiranja, namenjenega pisanju računsko intenzivnejših programov (npr. vizualizacije, simulacije, mrežni protokoli), pri katerih si iz računalnika želimo iztisniti čim več, ne da bi pri tem žrtvovali pravilnost izračunov. Predvidena vsebina predmeta je sledeča:

- računalniška arhitektura, zbirnik, klicni sklad, pomnilniška kopica,
- osnove programskega jezika Rust,
- lastniški sistem, izposoja,
- lastni tipi: strukture, naštevni tipi, obravnava napak,
- polimorfizem: generiki, značilnosti, življenjske dobe,
- funkcijsko programiranje: zaprtja & iteratorji, pametni kazalci,
- sočasno in vzporedno programiranje, niti, asinhrone funkcije,
- napredna orodja za razvoj programske opreme: testiranje, sprotna integracija, paketi.

Povezanost z drugimi predmeti

Zelo zaželene so izkušnje s programskim jezikom, ki ima statične tipe, polimorfizem in algebrajske tipe, na primer z OCamlom, ki se ga bomo učili pri predmetu Programiranje 1.

Izpitni režim

Pisni izpit iz programskega jezika Rust ter projektna naloga, ki jo boste delali v paru.

Literatura

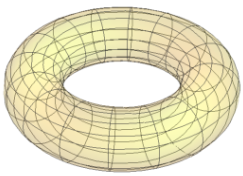
- S. Klabnik, C. Nichols, *The Rust Programming Language*, 2. izd., No Starch Press, San Francisco, 2023. Spletna različica: `https://doc.rust-lang.org/book/`.
- S. Klabnik, C. Nichols, W. Crichton, *The Rust Programming Language – Interactive Edition*, `https://rust-book.cs.brown.edu/`.
- S. J. Matthews, T. Newhall, K. C. Webb, *Dive Into Systems: A Gentle Introduction to Computer Systems*, No Starch Press, San Francisco, 2021. Spletna različica: `https://diveintosystems.org/`.
- *Asynchronous Programming in Rust*, `https://rust-lang.github.io/async-book/`.

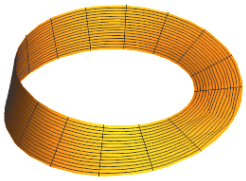
Uvod v geometrijsko topologijo

Sašo Strle

Vsebina in cilji predmeta

Prvi del predmeta je namenjen eni najpomembnejših konstrukcij topoloških prostorov – *kvocientnim prostorom*. Kvocientni prostor nastane iz danega prostora z identifikacijo (»lepljenjem«) nekaterih točk tega prostora; pri tem v nastalem prostoru proglasimo za bližnje vse točke, ki so si bile blizu v prvotnem prostoru. Lepljenje je pomemben način konstrukcije *ploskev* (na sliki sta prikazana torus in Möbiusov trak) in razumevanje teh je eden od pomembnih ciljev predmeta.





Naslednji sklop rezultatov je posvečen lastnostim podmnožic *evklidskih prostorov* $\mathbb{R}^n$ – to so prostori n-teric realnih števil, opremljeni z običajno razdaljo. *Brouwerjev izrek o negibni točki* zagotavlja obstoj negibne točke poljubne zvezne preslikave enotske krogle v $\mathbb{R}^n$ vase; v primeru $n = 1$ je krogla interval in rezultat sledi iz izreka o vmesni vrednosti, kot ste spoznali pri Analizi 1, že pri $n = 2$ pa trditev ni nazorno jasna in dokaz zahteva drugačne prijeme. Omenimo še *Jordanov izrek*, katerega trditev – da ravnina, ki jo prerežemo vzdolž enostavne sklenjene krivulje, razpade na natanko dva kosa – se sicer zdi nazorno jasna, ni pa tako lahko dokazljiva.

Pot do prej omenjenega cilja – klasifikacije sklenjenih ploskev, katere namen je poiskati predstavnike homeomorfnostnih razredov sklenjenih ploskev (primeri teh so sfera, torus, projektivna ravnina in Kleinova steklenica) – vodi preko teorije *mnogoterosti*, ki so »višjerazsežne ploskve«. Pri razlikovanju ploskev si bomo pomagali z *Eulerjevo karakteristiko*, ki je primer *topološke invariante*.

Povezanost z drugimi predmeti

Pogoj za opravljanje izpita (ne pa za opravljanje obveznosti med semestrom) je opravljen izpit iz predmeta Splošna topologija. Predmet ni pogoj za ostale predmete na 1. ali 2. stopnji študija matematike, bo pa znanje vsebin tega predmeta v pomoč študentom, ki bodo na 2. stopnji poslušali predmeta Algebraična topologija 1 in 2 ali predmete, ki obravnavajo gladke ploskve oziroma mnogoterosti (Analiza na mnogoterostih, Diferencialna geometrija, Liejeve grupe, Riemannove ploskve).

Izpitni režim

Dva kolokvija ali pisni izpit in ustni izpit.

Literatura

- J. Dugundji, *Topology*, Allyn and Bacon, Boston, 1966.
- J. Mrčun, *Topologija*, IPMR **44**, DMFA – založništvo, Ljubljana, 2008.
- J. Munkres, *Topology, a first course*, Prentice Hall, New Jersey, 1975.
- J. Smrekar in A. Vavpetič, *Rešene naloge iz geometrijske topologije*, UP **18**, DMFA – založništvo, Ljubljana, 2014.
- J. Vrabec, *Kvocientni prostori*, spletno gradivo, na voljo v Spletni učilnici predmeta.
- S. Strle, *Izbrane teme iz geometrijske topologije*, spletno gradivo, na voljo v Spletni učilnici predmeta.

Matematično modeliranje

Tadej Kanduč

Vsebina in cilji predmeta

Najbrž ste že naleteli na matematični problem, ki se ga preprosto predstavi, njegova rešitev pa je trd oreh tudi za spretne matematike. Pri matematičnem modeliranju pogosto naletimo na take primere. Glavne naloge s katerimi se srečamo so zapis problema v ustrezni matematični obliki, izpeljava rešitve in (pogosto) implementacija v kakšnem programskem okolju, ki omogoča numerične izračune, testiranje, grafične prikaze,...Pri predmetu Matematično modeliranje se bomo ukvarjali z nekaj izbranimi problemi takega tipa: diskretna verižnica, zvezna verižnica, brahistohrona, posplošeni in inverzni problem brahistohrone, statistične simulacije in Bézierjeve krivulje.

Povezanost z drugimi predmeti

Predmet povezuje znanja iz mnogih predmetov na prvi stopnji študija. Poleg osnov iz analize in linearne algebre je zaželjeno še poznavanje numeričnih metod ter optimizacije.

Izpitni režim

Med semestrom študenti dobijo dve domači nalogi, ki ju implementirajo v Matlabu in se preverjata v obliki kviza na računalniku. Uspešno opravljeni kvizi štejejo do 20% končne ocene. Pisni izpit je v obliki kviza s pomočjo računalnika, ustni izpit pa zagovor individualnega projekta. Slednji dve obveznosti štejeta do 80% končne ocene.

Literatura

- E. Zakrajšek, *Matematično modeliranje*, DMFA – založništvo, Ljubljana, 2004.
- B. Plestenjak, *Razširjen uvod v numerične metode*, DMFA – založništvo, Ljubljana, 2015.

Numerična linerna algebra

Bor Plestenjak

Vsebina in cilji predmeta

Praktična uporaba matematike običajno vsebuje numerično računanje, kjer iz začetnih številskih podatkov, matematičnega modela in formul, izračunamo rezultat s čim več točnimi decimalkami. Mnogo matematičnih problemov, primer je npr. računanje ničel polinoma stopnje 5 ali več, se ne da rešiti analitično, temveč le numerično. V času računalnikov smo na to kar pozabili, saj lahko enostavne probleme zgornjih oblik rešimo že s sodobnimi žepnimi računali. Za zapletene primere to ne zadošča in slepa uporaba računalnika nas lahko pripelje do rezultatov, ki so na prvi pogled v redu, v resnici pa povsem napačni.

V takih primerih nas lahko reši numerična matematika, ki se ukvarja z razvojem in analizo numeričnih metod za reševanje matematičnih problemov. Osnove bomo spoznali v 1. semestru pri predmetu *Uvod v numerične metode*, *Numerična linearna algebra* pa je nadgradnja, ki se ukvarja s problemi, v katerih nastopajo matrike. Podrobneje bomo obravnavali:

- Reševanje simetričnih in posplošenih problemov lastnih vrednosti. Kot zgled bomo videli, kako je uspeh podjetja Google povezan z učinkovitim računanjem lastnih vektorjev.
- Računanje in uporabo singularnega razcepa, ki je eno najmočnejših orodij za reševanje občutljivih sistemov linearnih enačb. Videli bomo, kako ga npr. uporabimo za hitro delovanje spletnih brskalnikov, odpravljanje šuma na fotografijah in razpoznavanje številk.
- Osnove računanja z večdimenionalnimi matrikami (tenzorji). Uporaba tenzorjev in aproksimacija s tenzorji nizkega ranga je nepogrešljivo orodje pri obdelavi velikih količin podatkov.

Za prikaz algoritmov bomo uporabljali program Matlab, kjer lahko s pomočjo enostavnega programskega jezika tudi sami sprogramiramo svoje metode.

Povezanost z drugimi predmeti

Pred opravljanjem ustnega izpita morate opraviti *Uvod v numerične metode*, pisni izpit in kvize pa lahko delate neodvisno od tega. Predmet ni pogoj, koristi pa pri predmetih *Iterativne numerične metode v linearni algebri* in *Numerične metode za linearne sisteme upravljanja* na 2. stopnji.

Izpitni režim

Režim: 3 pisni izpiti (80% pisne ocene), 2 kviza (20% pisne ocene), ustni izpit.

Literatura

- B. Plestenjak, *Razširjen uvod v numerične metode*, DMFA–založništvo, Ljubljana, 2015.
- J.W. Demmel, *Uporabna numerična linearna algebra*, DMFA, Ljubljana, 2000.
- L. Elden: *Matrix Methods in Data Mining and Pattern Recognition*, SIAM, Philadelphia, 2007.
- G. H. Golub, C. F. Van Loan: *Matrix Computations, 4rd edition*, Johns Hopkins Univ. Press, Baltimore, 2013.

Optimizacija 1

Arjana Žitnik

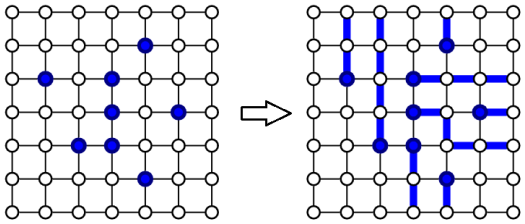
Vsebina in cilji predmeta

Optimizacijski problemi sodijo med najpogostejše matematične probleme, ki jih srečujemo v praksi. Posamezniki, gospodarske družbe, državne institucije, različne organizacije – vsi želijo kaj maksimizirati (na primer dobiček, izkoristek, zadovoljstvo, oceno itd.) ali pa minimizirati (na primer stroške, tveganje, porabo časa, porabo energije, porabo materiala, škodljive vplive na okolje itd.). Prav tako pa na optimizacijske probleme naletimo tudi pri reševanju različnih teoretičnih problemov na področjih matematike, tehnike in družboslovja.

Pri tem predmetu se bomo ukvarjali predvsem predvsem z reševanjem linearnih optimizacijskih problemov, kar vključuje tudi probleme na omrežjih. Optimizacijske probleme bomo modelirali v matematičnem jeziku, raziskali teoretično ozadje problemov in za njihovo reševanje izpeljali algoritme. Algoritmov ne bomo implementirali, bomo pa kakšen praktičen problem rešili tudi s pomočjo računalnika, z uporabo dostopnih orodij.

Kratek opis vsebine:

- Vrste optimizacijskih problemov.
- Linearno programiranje.
- Matrične igre.
- Problem najcenejšega razvoza.
- Problem največjega pretoka.
- Optimalno razporejanje opravil.
- Lokalna optimizacija.



Povezanost z drugimi predmeti

Za uspešno spremljanje predmeta je nujno znanje osnov linearne algebre, pridobljeno pri predmetu *Algebra 1*. Zaželeno je tudi poznavanje osnovnih pojmov teorije grafov (*Diskretna matematika 1*).

Nadaljevanje predmeta na 2. stopnji predstavljajo predmeti *Optimizacija* 2, *Izbrana poglavja iz optimizacije* in *Optimizacija v financah.*

Izpitni režim

- 2 kolokvija (ali pisni izpit) iz nalog,
- ustni izpit iz teorije,
- 2 domači nalogi.

Literatura

- V. Chvátal: *Linear Programming*, Freeman, New York, 1983.
- J. Matoušek, B. Gärtner: *Understanding and Using Linear Programming*, Springer, 2007.
- B. H. Korte, J. Vygen: *Combinatorial Optimization: Theory and Algorithms*, 5. izdaja, Springer, Heidelberg, 2012.

Podatkovne strukture in algoritmi 1

Riste Škrekovski

Vsebina in cilji predmeta

Spoznali bomo osnovne podatkovne strukture in z njimi povezane algoritme, ki se uporabljajo pri programiranju. Seznanili se bomo z matematično analizo pravilnosti ter časovne in prostorske zahtevnosti algoritmov.
Obravnavali bomo naslednje teme:

- Algoritmi, podatkovne strukture, časovna zahtevnost.
- Tabela, sklad, vrsta, seznam.
- Deli in vladaj: binarno iskanje, urejanje z zlivanjem, hitro urejanje, Strassenov algoritem, krovni izrek, mediana, itd.
- Dinamično programiranje.
- Predstavitve grafov in omrežij. Osnovni algoritmi na grafih: pregledi v globino in širino, topološko urejanje, Floyd-Warshallov algoritem, Dijkstrov algoritem in dvojiška kopica, Bellman-Fordov algoritem, itd.
- Binomske in Fibonačijeve kopice.
- Težki problemi in njihovo rešavanje. Sestopanje, ILP, QUBO.

Povezanost z drugimi predmeti

Priporočljivo je predznanje s predmetov Diskretna matematika 1 in Programiranje 1.

Izpitni režim

Domače naloge in pisni izpit iz vaj; izpit iz teorije.

Literatura

- S. Dasgupta, C. H. Papadimitriou, and U. V. Vazirani, *Algorithms*, McGraw-Hill, 2008.
- J. Erickson, *Zapiski za Undergraduate Algorithms*, 2012.
- J. Kleinberg, E. Tardos, *Algorithm design*, Pearson/Addison-Wesley, 2005.
- J. Kozak, *Podatkovne strukture in algoritmi*, DMFA-založništvo, Ljubljana, 1997.

Teorija kodiranja in kriptografija

Tilen Marc

Vsebina in cilji predmeta

Kodiranje in kriptografija se uporabljata za zagotavljanje varne in zanesljive komunikacije ter hranjenja podatkov.

Vsebina predmeta je sestavljen iz dveh delov. V prvem delu bomo spoznavali kriptografijo. Najbolj znana uporaba kriptografije je šifriranje podatkov, vendar je to le majhen delček sodobne kriptografije. Obravnavali bomo čim več tem izmed: klasična kriptografija; simetrični kriptosistemi; asimetrični kriptosistemi (kriptosistemi z javnim ključem); zgoščevalne funkcije; digitalni podpisi; distribucija in izmenjava ključev; identificiranje, overjanje in delitev skrivnosti; generiranje psevdo-naključnih števil; dokazi z ničelno informacijo.

V drugem delu bomo obravnavali teorijo kodiranja. Kode za popravljanje napak uporabljamo vsak dan, na primer pri uporabi mobilnega telefona, brskanju po spletu, skeniranju kode QR, itd. Obravnavali bomo naslednje teme: kodi za popravljanje napak; zgornje meje za število kodnih besed; linearni, Hammingovi, ciklični in Reed-Solomonovi kodi; informacija in entropija; Shannonova teorija.

Cilji predmeta so:

- spoznati osnovne tehnike sodobne kriptografije in teorije kodiranja, s poudarkom na matematični teoriji;
- spoznati osnove kriptoanalize: analiza varnosti in razumevanje napadov na kriptosisteme;
- razviti kritičnost pri uporabi komunikacijskih kanalov in računalniških sistemov s stališča informacijske varnosti.

Povezanost z drugimi predmeti

Predmet je izrazito interdisciplinaren, z uporabo matemetičnih metod iz različnih področij: linearne algebre, teorije števil, algebre (grupe, končni obsegi, polinomi,...), verjetnostnega računa (diskretne slučajne spremenljivke, pogojna verjetnost in Bayesova formula) in računalništva (algoritmi, podatkovne strukture, računska zahtevnost). Za uspešno spremljanje predmeta je potrebno, da je študent opravil oziroma posluša predmete Algebra 1, Algebra 2, Uvod v programiranje in Verjetnostni račun (začetni del). Vse potrebno predznanje bomo sproti obnovili. Predmet ni pogoj za ostale predmete na 1. ali 2. stopnji študija matematike.

Izpitni režim

- 2 kolokvija (ali pisni izpit) iz nalog,
- ustni izpit,
- ena obvezna domača naloga, ki jo bo potrebno rešiti s pomočjo računalnika.

Literatura

- Douglas Stinson, Maura Paterson, *Cryptography : Theory and Practice*, 4rd edition, Chapman & Hall/CRC, 2018.
- Johannes Buchmann, *Introduction to cryptography*, 2nd edition, Springer, 2004.
- D. Welsh, *Codes and Cryptography*, Oxford University Press, Oxford, 1988.

Algebra 3

Matej Brešar

Vsebina in cilji predmeta

Najprej se bomo seznanili s teorijo deljivosti v kolobarjih. Klasične rezultate o celih številih bomo posplošili na splošnejše komutativne kolobarje. Ob tem bomo spoznali evklidske kolobarje, glavne kolobarje in kolobarje z enolično faktorizacijo.

Sledil bo študij modulov nad kolobarji. Definicija modula je prav taka kot definicija vektorskega prostora, le da skalarji niso nujno elementi polja, pač pa poljubnega kolobarja. Toda vektorski prostori so le najbolj znani, ne pa tudi najbolj značilni primeri modulov. Videli bomo, da ima teorija modulov drugačne izzive in tudi drugačno uporabo kot linearna algebra. Med drugim se bomo seznanili s pojmom tenzorskega produkta modulov, ki se kot koristno orodje uporablja na različnih področjih matematike.

Na koncu se bomo posvetili temi, ki je bila pri Algebri 2 obdelana le na uvodni, formalni ravni: nekomutativnim kolobarjem in algebram. Seznanili se bomo z najbolj klasično strukturno teorijo in si ogledali tudi njeno povezavo z upodobitvami grup.

Povezanost z drugimi predmeti

Algebra 3 je nadaljevanje Algebre 2. Znanje, pridobljeno pri obeh predmetih, je nujno za razumevanje algebraičnih predmetov na drugi stopnji in koristno pri številnih drugih, zlasti teoretičnih predmetih. Nekatera poglavja Algebre 3 sodijo v splošno matematično izobrazbo.

Izpitni režim

Dva kolokvija ali pisni izpit iz vaj, ustni izpit iz teorije.

Literatura

- M. Brešar, *Algebra*, Založba UL FMF, 2026.
- M. Brešar, *Undergraduate algebra: a unified approach*, Springer, 2019.
- M. Brešar, *Introduction to noncommutative algebra*, Second Edition, Springer, 2025.

Elementarna teorija števil

Ganna Kudryavtseva

Vsebina in cilji predmeta

V teoriji števil študiramo predvsem cela števila in funkcije celih števil. Predmet Elementarna teorija števil je prijazen uvod v to vejo matematike, pri katerem uporabljamo le elementarna orodja. Osvojitev osnov teorije števil je eden od temeljev splošne matematične izobrazbe.

Začeli bomo s pregledom osnovnih lastnosti faktorizacije števil, kongruenc in reševanjem enačb po praštevilskih modulih. Razložili bomo praktično uporabo te teorije v kriptografiji, kjer je šifriranje ključnega pomena. Uvedli bomo kvadratne ostanke, ki nas vodijo v elegantno Gaussovo recipročnost; preučili bomo tudi primitivne korene, kar nas pelje v razumevanje multiplikativne strukture kolobarja ostankov. Razen praštevil, bomo spoznali tudi psevdopraštevila, ki so na testih praštevilskosti lažno pozitivni. V nadaljevanju bomo raziskovali, kako natančno lahko aproksimiramo realna števila z racionalnimi, kar nas bo popeljalo v svet verižnih ulomkov. Uporabili bomo različne metode za reševanje diofantskih enačb, tako linearnih kot kvadratnih. Za zaključek se bomo osredotočili na predstavljanje celih števil s pomočjo kvadratnih form.

Povezanost z drugimi predmeti

Potrebovali bomo le zelo osnovno analizo (osnovni pojmi iz Analize 1) in algebro (osnovni pojmi iz Algebre 1 in 2). Predmet je dobra osnova za nekoliko bolj napreden predmet Teorija števil, ponujen kot izbirni predmet na 2. stopnji.

Izpitni režim

Dva kolokvija ali pisni izpit in ustni izpit.

Literatura

- K. H. Rosen, *Elementary number theory*, Pearson Education, 2011.
- J. H. Silverman, *A friendly introduction to number theory*, Pearson Education, 2006.
- G. A. Jones, J. M. Jones, *Elementary number theory*, Springer-Verlag, 1998.

Finančna matematika 1

Tomaž Košir

Vsebina in cilji predmeta

- Osnovni in izvedeni finančni instrumenti: obveznice, terminske pogodbe in terminski posli, zamenjave, opcije.
- Model finančnega trga z enim in več obdobji: pogojne terjatve, zakon ene cene, pojem arbitraže, cenovni funkcional, zamenjava numerarja, ekvivalentna martingalska verjetnost, osnovna izreka vrednotenja premoženja, izvedbene strategije in zaščita.
- Binomski model: predstavitev modela, vrednotenje v binomskem modelu. Black-Scholesova formula.
- Black-Scholesova parcialna diferencialna enačba, grški parametri, upravljanje s tveganji.
- Časi ustavljanja. Optimalni časi ustavljanja. Pogojne terjatve ameriškega tipa.
- Osnove portfeljske teorije: Markowitzev model.

Cilj predmeta je spoznati matematične modele za vrednotenje izvedenih finančnih instrumentov in zaščito pred tveganji v diskretnem času. Znanja so uporabna predvsem v finančnem sektorju gospodarstva, (npr. v investicijskih družbah, bankah, zavarovalnicah, podjetjih za distribucijo elektrike in drugih energentov), raznih ustanovah državne uprave, itd.

Povezanost z drugimi predmeti

Pri predmetu bomo potrebovali osnove verjetnostnega računa, zato je pogoj vsaj sočasno obiskovanje predmeta Verjetnost 1 (FM) ali Verjetnost (M) ali Verjetnostni račun in statistika (IŠRM). Predmet ni pogoj, je pa priporočen, za predmete Finančna matematika 2, Finančna matematika 3, Aktuarska matematika in nekatere izvedbe predmeta Izbrana poglavja iz finančne matematike, ki sodijo v skupino M5 na drugi stopnji.

Izpitni režim

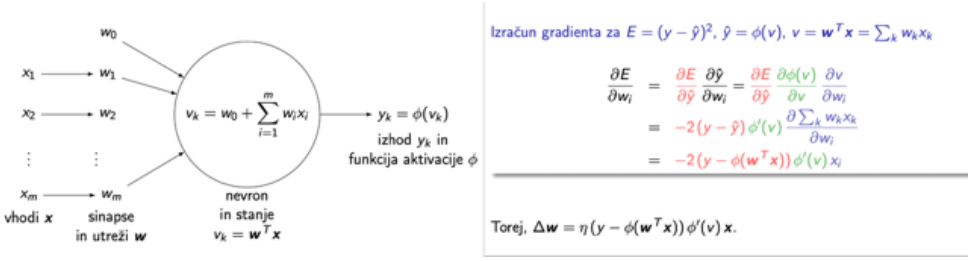
3 kratki testi iz teorije, 2 kolokvija ali pisni izpit in ustni izpit.

Literatura

- J. Hull. Options, futures and other derivatives. Prentice Hall. 7. izdaja, 2009.
- A. Toman. Rešene naloge iz finančne matematike 1: Finančni instrumenti, DMFA založništvo, Ljubljana, 2016.
- P. Koch Medina, S. Merino. Mathematical finance and probability: a discrete introduction. Birkhäuser, 2003.

Analiza podatkov s strojnim učenjem

Ljupčo Todorovski



Vsebina in cilji predmeta

Pravi naslov tega predmeta je *Uvod v strojno učenje*, namenjen je spoznavanju algoritmov za nadzorovano in nenadzorovano strojno učenje ter njihovi uporabi za podatkovno analizo. Prvi cilj je razumeti matematična ozadja zasnove in delovanja posameznih algoritmov strojnega učenja. Drugi, enako pomemben cilj je spoznavanje pravilne uporabe strojnega učenja za podatkovno analizo. Vaje bodo namenjene praktični analizi izbranih podatkovnih množic z algoritmi strojnega učenja. Cilj vaj je spoznati prednosti in slabosti različnih algoritmov na konkretnih problemih podatkovne analitike, kar nam pomaga se naučiti izbrati najbolj ustrezen algoritem strojnega učenja za podano podatkovno množico. Bolj specifično, predmet obravnava naslednje vsebine:

(1) *Uvod v strojno učenje*: nadzorovano in nenadzorovano učenje, podatki, modeli, funkcije izgube, napovedna napaka modela in njena dekompozicija, problem pretiranega prileganja modelov učnim podatkom, izbira napovednega modela.
(2) *Algoritmi strojnega učenja*: linearni modeli, najbližji sosedi, odločitvena drevesa, ansambli napovednih modelov, podporni vektorji in jedrne funkcije, nevronske mreže in vzvratno razširjanje napake; ter nenadzorovano razvrščanje primerov v skupine.
(3) *Podatkovna analiza s strojnim učenjem*: prekletstvo večrazsežnosti in problem praznega večrazsežnostnega prostora, kompleksni podatkovni tipi (zaporedja, slike in besedila), izbira in sestavljanje napovednih spremenljivk ter“ obravnava manjkajočih vrednosti.

Povezanost z drugimi predmeti

Potrebna so predznanja iz osnov programiranja v Python-u ter osnov linearne algebre, analize in diskretne matematike. Predmet se navezuje na predmet *Napredno strojno učenje* na 2. stopnji.

Izpitni režim

Domače naloge in ustni izpit. V primeru velikega števila prijavljenih študentov možen pisni izpit.

Literatura

- G. James, D. Witten, T. Hastie, R. Tibshirani, J. Taylor *An Introduction to Statistical Learning with Applications in Python*. Springer, 2023. Prosto dostopno na `https://www.statlearning.com/`.
- M. Kuhn in K. Johnson *Applied Predictive Modeling*, Springer, 2013.
- P. Flach, *Machine Learning: the Art and Science of Algorithms that Make Sense of Data*, Cambridge University Press, 2012.

Osnove podatkovnih baz

Janoš Vidali

Vsebina in cilji predmeta

Pri predmetu se bomo spoznali z osnovami načrtovanja, delovanja in uporabe podatkovnih baz. Podatkovne baze so neizogibno orodje povsod, kjer moramo shranjevati in upravljati večje količine podatkov. Osredotočili se bomo predvsem na relacijske podatkovne baze (SQL), dotaknili pa se bomo tudi ostalih tipov podatkovnih baz (NoSQL). Predstavili bomo tudi načine uporabe relacijskih podatkovnih baz iz programskega jezika Python. Poudarek bo na praktičnem delu, ki pa bo v okviru predavanj podprto tudi z ustreznimi matematičnimi teorijami, na katerih slonijo relacijske podatkovne baze.

Povezanost z drugimi predmeti

Za sodelovanje pri predmetu mora imeti študent opravljen uvodni predmet iz programiranja (npr. Uvod v programiranje) in nekaj smisla za uporabo računalnikov.

Izpitni režim

V sklopu vaj in domačih nalog se bodo v okviru manjših skupin tekom leta izvajali semestrski projekti, ki bodo vključevali določitev problema (izziva) in zahtev, načrtovanje baze in povezave s preprostim spletnim (in/ali mobilnim) vmesnikom, implementacijo ter ustrezno dokumentiranje. Skupinsko delo bo podprto s pomočjo modernih sistemov za kontrolo verzij (`git`). Aktivnost, učinkovitost in znanje članov ekipe se bo ocenjevalo sproti, končna ocena predmeta pa bo temeljila tudi na zaključnem ustnem zagovoru in predstavitvi.

Literatura

- R. Ramakrishnan, J. Gehrke: *Database Management Systems, 3rd edition*, McGraw-Hill, Boston, 2003.
- T. Mohorič: *Podatkovne baze, 2. dopolnjena izdaja*, BI-TIM, Ljubljana, 2002.
- Priročniki za uporabo podatkovnih baz.

Slučajni procesi 1

Matija Vidmar

Vsebina in cilji predmeta

Spoznamo se z osnovami slučajnih procesov ter povezanih pojmov filtracij in časov ustavljanja. Podrobneje si ogledamo homogene in nehomogene Poissonove procese, ter prenovitvene procese z ali brez zaostanka, pri čemer nas pri zadnjih dveh zanima predvsem dolgoročno vedenje. Homogeni Poissonovi procesi predstavljajo skupaj z Brownovim gibanjem dva tipa fundamentalnih slučajnih procesov z neodvisnimi stacionarnimi prirastki, in zato z Markovsko lastnostjo, ki sta pogosto gradnika bolj zapletenih procesov (npr. verig Markova v zveznem času, difuzij, itd.). Cilji predmeta so večplastni. Po eni strani se študenti seznanijo s procesi, ki so uporabni pri modeliranju raznih pojavov, hkrati pa dobijo tudi osnovo za nadaljni študij (drugih, bolj kompleksnih) slučajnih procesov. Utrdijo se bazični pojmi verjetnosti, kot so neodvisnost, (pogojna) porazdelitev in (pogojno) matematično upanje, ki so jih študenti že obravnavali.

Povezanost z drugimi predmeti

Relevantno je predznanje iz verjetnosti in analize, kakršnemu so predvidoma izpostavljeni študenti finančne matematike do konca prvega semestra tretjega letnika, predvsem Verjetnosti 1 in Verjetnosti z mero. Predmet se naprej navezuje tako na bolj teoretične predmete na magistrskem študiju (Verjetnost 2, Slučajni procesi 2/3) kot tudi bolj praktične (Aktuarska matematika-neživljenska zavarovanja, Finančna matematika 2, Modeliranje s slučajnimi procesi).

Izpitni režim

Pisna izpita iz vaj in teorije.

Literatura

- R. Durrett, Essentials of Stochastic Processes, 3rd. ed., Springer, 2016.
- S. Resnick, Adventures in Stochastic Processes, Birkhauser, 1992.

Teorija iger

Sergio Cabello

Vsebina in cilji predmeta

V igri mora izbrati vsak igralec svojo strategijo, uspeh posamneznega igralca pa je odvisen od izbranih strategij vseh igralcev. Pomemben koncept v igri je ravnovesje: skupina strategij, pri čemer noben posamezen igralec nima spodbud, da bi spremenil svojo strategijo.

Obstajajo različne vrste iger za različne situacije odvisne od tega, ali vsi igralci izberejo strategijo hkrati ali po vrstnem redu, ali imajo vsi igralci isto informacijo o stanju, ali je vsota dobičkov vseh igralcev enaka nič, ali lahko igralci podpisejo sporazume itd. Zaradi tega bomo pri predmetu spoznali različne vrste iger: strateške, ekstenzivne, Bayesove, matrične, kooperativne itd. Pri vsaki igri bomo obravnavali motivacijo, definicijo in ustrezen koncept ravnovesja.

Igre so koristne za razumevanje obnašanja igralcev in analiziranje svoje strategije na več področjih in predvsem v ekonomiji. Kot vsi matematični modeli, imajo svoje prednosti in slabosti.

Povezanost z drugimi predmeti

Pri predmetu bomo uporabili osnovno verjetnost. Del predmeta uporabi koncepte linearnega programiranja. Razložili bomo, kar bo potrebno, pri čemer pa bodo študentje, ki so se že spoznali z linearnim programiranjem, imeli manjšo prednost.

Predmet je priporočljiv za predmet Izbrana poglavja teorije iger na 2. stopnji.

Izpitni režim

Predmet se izvaja v obliki 3+3 in ne obstaja razlika med študenti, ki opravljajo ta predmet kot izbirni ali obvezni. Izvedli bomo 2 kolokvija in 2. kolokvij se bo ujemal s 1. izpitom. Ocena vaj je ocena izpita ali povprečje ocen kolokvijev. Teoretični izpit bo imel *pisni in ustni del*. S pisnem delom lahko študenti dosežejo oceno največ 8 in tisti, ki na pisnem delu dosežejo vsaj 80%, se lahko udeležijo na ustnem delu za boljšo oceno.

Literatura

- Martin J. Osborne: Introduction to Game Theory.
- Thomas S. Ferguson: Game Theory.
- Bernhard von Stengel: Game Theory Basics.

Uvod v diferencialno geometrijo

Pavle Saksida

Vsebina in cilji predmeta

Diferencialna geometrija z analitičnimi orodji obravnava metrične lastnosti gladkih mnogoterosti. Osnovni, geometrijsko netrivialni primeri mnogoterosti so ukrivljene ploskve v $\mathbb{R}^3$. Temeljni diferencialno geometrični pojmi so metrika, geodetska krivulja in ukrivljenost. Metrika vzpostavlja pojem razdalje med dvema točkama, geodetske krivulje so najkrajše krivulje med pari točk, ukrivljenost pa lahko po eni strani razumemo kot matematično formalizacijo intuitivnega pojma oblike, po drugi strani pa je tesno povezana s pojmom pospeška. Študent spozna najpomembnejše lastnosti osnovnih pojmov diferencialne geometrije in povezave med njimi. Proti koncu tečaja dokažemo nekaj rezultatov, ki opisujejo povezavo med ukrivljenostjo in topološkimi invariantami mnogoterosti. Spoznamo tudi sodoben pristop k problemom diferencialne geometrije, pri katerem je osnovni pojem kovariantni odvod. (Morda najenostavnejši primer uprabe kovariantnega odvoda je eleganten geometrijaki opis Foucaultovega nihala.)

Diferencialna geometrija je ena od osnovnih matematičnih disciplin. Pomembna je tako v teoriji, kot tudi v uporabi. Spekter uporab diferencialne geometrije je izjemno širok in sega od računalniškega oblikovanja, računalniškega vida, procesiranja slik in drugih signalov do relativnostne teorije, kvantne teorije polja, dinamičnih sistemov, navadnih in parcialnih diferencialnih enačb.

Povezanost z drugimi predmeti

Predmet Uvod v diferencialno geometrijo se vsebinsko dopolnjuje z drugimi geometrijskimi predmeti, zlasti s predmetom Algebraične krivulje, s topološkimi predmeti, in s kompleksno analizo. Predmet je torej zanimiv za študente, ki jih zanima geometrija, analiza, topologija, matematična fizika in tudi različne veje računalniške grafike, procesiranja slik in podobne discipline.

Vse potrebno predznanje je vsebovano v predmetih Analiza 1, Analiza 2 in Algebra 1. Drugih pogojev ni. Znanje vsebin predmeta bo močno koristilo študentom, ki bodo v nadaljevanju študija poslušali predmete Diferencialna geometrija, Analiza na mnogoterostih, Algebraična topologija 1 in 2, Kompleksna analiza, Riemannove ploskve, Liejeve grupe, Računalniško podprto (geometrijsko) oblikovanje.

Izpitni režim

Izpit je sestavljen iz ustnega in pisnega dela. Pisni del je možno opraviti z dvema kolokvijema.

Literatura

- A. Pressley, *Elementary Differential Geometry*, Springer Verlag, 2010
- M. P. do Carmo, *Differential Geometry of Curves and Surfaces*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1976.
- I. Vidav: *Diferencialna geometrija*, DMFA-založništvo, Ljubljana, 1989

Bridž

Barbara Drinovec Drnovšek

Vsebina in cilji predmeta

Bridž je družabna igra za 4 igralce oziroma 2 para, ki se igra z 52 igralnimi kartami. Sestavljena je iz dveh delov: iz licitacije in odigravanja. Pri licitaciji skušamo čim bolj natančno napovedati, koliko vzetkov bova s partnerjem dobila in katera barva bo adut. Vidimo le svoje karte, s partnerjem se sporazumevamo preko napovedi. V drugem delu igre poskuša par, ki je zmagal v licitaciji, osvojiti vsaj toliko vzetkov, kot jih je napovedal. Nasprotni par se trudi, da bi to preprečil.

Pri igri se razvija logično mišljenje, sposobnost hitrega odločanja in prilagajanje odločitev na podlagi vedno novih informacij, pa tudi socialne spretnosti in partnerski odnos.

Pri predmetu bomo spoznali osnovna pravila minibridža in bridža. Naučili se bomo osnov licitacije. Informacije, ki jih pridobimo iz licitacije, bomo uporabili pri odigravanju. Spoznali bomo temeljne prvine odigravanja: impas, ekspas, blokiranje in deblokiranje, ohranitev komunikacije, onemogočanje komunikacije med nasprotniki. Posvetili se bomo atakiranju in uporabi dovoljenih načinov komunikacije med partnerjema pri igri v obrambi.

Odigrali bomo en turnir v minibridžu in dva v bridžu.

Povezanost z drugimi predmeti

Študenti morajo biti vpisani na prvo oziroma drugo stopnjo študijskega programa Univerze v Ljubljani. Predznanje ni potrebno.

Izpitni režim

Ocenjuje se z ocenama »opravil«/»ni opravil«. Za pristop k izpitu je pogoj 75-odstotna prisotnost pri predmetu. Z dvema uspešno odigranima turnirjema študent opravi izpit.

Matematična tekmovanja

Vesna Iršič Chenoweth, Igor Klep

Vsebina in cilji predmeta

Pri predmetu se bomo seznanili s svetom tekmovalne matematike. Reševali bomo naloge z mednarodnih matematičnih tekmovanj za dijake (IMO, EGMO, RMMO) in študente (IMC, SMMC). Obravnavali bomo metode reševanja teh zahtevnejših problemov, vadili jasno in pregledno pisanje rešitev ter izvedli nekaj »poskusnih tekmovanj« v duhu pravih matematičnih tekmovanj. Med drugim bomo obravnavali naslednje teme, ki se pogosto pojavljajo na matematičnih tekmovanjih:

- algebraične metode in neenačbe,
- teorija števil in diofantske enačbe,
- kombinatorika in invariante,
- evklidska geometrija,
- analiza in funkcije ene realne spremenljivke,
- linearna algebra in matrične enačbe,
- verjetnost in slučajne spremenljivke.

Poseben poudarek bo na predstavitvi matematičnih vsebin svojim sovrstnikom, zato je predmet še posebej zanimiv za tiste, ki bi v prihodnosti radi delali z nadarjenimi dijaki. Hkrati pa je udeležba na predmetu dobra vaja za matematična tekmovanja in lahko pripomore k izboru v univerzitetno ekipo za mednarodna tekmovanja.

Povezanost z drugimi predmeti

Predmeta se lahko udeležijo študenti, ki so vpisani na prvo oziroma drugo stopnjo študijskega programa Univerze v Ljubljani. Zaželena sta veselje do reševanja matematičnih problemov in zanimanje za predstavljanje matematičnih vsebin. Priporočljivo je znanje analize, linearne algebre in verjetnosti s prve stopnje, ni pa pogoj za uspešno udeležbo pri predmetu.

Izpitni režim

Predmet se oceni z »opravil« oziroma »ni opravil«. Pogoj za uspešno opravljen predmet so predstavitev izbrane teme na seminarju, vsaj 50-odstotna udeležba na seminarjih drugih študentov in udeležba na vsaj enem poskusnem tekmovanju.

Literatura

- R. Gelca, T. Andreescu, *Putnam and Beyond*, Springer, 2007.
- A. Engel, *Problem-Solving Strategies*, Springer, 1998.
- T. Andreescu, R. Gelca, *Mathematical Olympiad Challenges*, Birkhäuser, 2009.
- I. Majcen, *Smelo na Olimp*, DMFA Slovenije, 2011.
- M. Željko, *Altius, citius, fortius: izbrana poglavja iz matematike za srednješolce*, DMFA Slovenije, 1997.

Prostovoljna učna pomoč

Primož Potočnik

Vsebina in cilji predmeta

Mladi iz socialno ogroženih družin so pogosto manj uspešni pri študijskem delu in potrebujejo učno pomoč, ki pa si je ne morejo privoščiti. Po drugi strani lahko za take otroke prav učni uspeh predstavlja motivacijo in edino upanje za izhod iz negativnih socialno-družinskih ciklov.

V sodelovanju z relevantnimi humanitarnimi organizacijami, kot so na primer *Zveza Anita Ogulin & ZPM* ali *Mladinski dom Malči Beličeve*, študent izvede približno 30 ur individualnih ali skupinskih inštrukcij ali drugega spremljevalnega dela mladih v okviru organiziranih aktivnosti ustreznih humanitarnih organizacij. O vsebini in obsegu dela študent vodi preprost dnevnik in ob zaključku odda enostavno poročilo.

Povezanost z drugimi predmeti

Študentje vpisani na prvo oziroma drugo stopnjo študijskih programov Univerze v Ljubljani imajo za pričakovano delo dovolj predznanja.

Izpitni režim

Po uvodnih informiranjih in ustrezni koordinaciji z relevantnimi humanitarnimi organizacijami študent začne izvajati individualno učno pomoč in druge oblike dela z mladimi. Ocena »opravil«/»ni opravil« se podeli na podlagi ustrezne angažiranosti.