Univerza *v Ljubljani*
Fakulteta za *matematiko in fiziko*

Izbirni predmeti na magistrskih programih Oddelka za matematiko FMF

Študijsko leto 2022/23

Ljubljana, 2022

Seznam temeljnih predmetov na magistrskem študiju

Naslednji predmeti so ključni v svojih skupinah in imajo zagotovljeno izvajanje vsaki dve leti.

Skupina	Temeljni predmeti
M1 (analiza in mehanika)	Kompleksna analiza Parcialne diferencialne enačbe Teorija mere Uvod v funkcionalno analizo
M2 (algebra in diskretna matematika)	Kombinatorika Komutativna algebra Nekomutativna algebra Teorija grafov
M3 (geometrija in topologija)	Algebraična topologija 1 Analiza na mnogoterostih
M4 (numerična matematika)	Numerična aproksimacija in interpolacija Računalniško podprto geometrijsko oblikovanje
M5 (verjetnost, statistika, finančna matematika)	Finančna matematika 2 Statistika 2 Verjetnost 2
R1 (računalniška matematika)	Logika v računalništvu Matematika z računalnikom Računska geometrija Verjetnostne metode v računalništvu
O (ostalo)	Matematični modeli v biologiji Astronomija Moderna fizika

Seznam izbirnih predmetov v letu 2022/23

Jezik izvajanja predmeta:
slo - slovenski
ang - angleški
slo/ang - v primeru tujih študentov morda angleški

Skupina	Predmet	Izvajalec	Semester	Jezik
M1	Uvod v funkcionalno analizo Teorija operatorjev Parcialne diferencialne enačbe	Klep Kandić Kostenko	zimski poletni poletni	slo slo/ang ang
M2	Izbrana poglavja iz algebre Teorija grafov Izbrana poglavja iz diskretne matematike 1 Logika	Jezernik Bujtas Kudryavtseva Simpson	zimski zimski poletni poletni	slo ang slo/ang ang
M3	Analiza na mnogoterostih Uvod v algebraično geometrijo Riemannove ploskve	Forstnerič Šivic Andrist	zimski zimski poletni	slo slo ang
M4	Numerična integracija in navadne diferencialne enačbe Računalniško podprto geometrijsko oblikovanje Iterativne numerične metode v linearni algebri	Žagar Knez Plestenjak	zimski zimski poletni	slo slo slo
M5	Finančna matematika 2 Verjetnost 2 Statistika 2 Aktuarska matematika: Življenjska zavarovanja Finančna matematika 3: Modeliranje obrestnih mer Optimizacija v financah Izbrana poglavja iz teorije iger	Perman Bernik Smrekar Pitacco Gall Agram Ule	zimski zimski zimski poletni poletni poletni poletni	slo/ang slo slo ang ang ang slo
R1	Teorija izračunljivosti Izbrana poglavja iz optimizacije IPRM: Računska geometrija Napredno strojno učenje	Simpson Povh Cabello Todorovski	zimski zimski poletni poletni	ang slo slo/ang slo
O	Moderna fizika Delovna praksa	Grozdanov Žitnik, Košir	zimski oba	slo/ang slo

Seznam predmetov, ki se bodo v okviru obštudijske dejavnosti izvajali na FMF v letu 2022/23

Skupina:
S - splošni izbirni predmet

Skupina	Predmet	Izvajalec	Semester	Jezik
S	Bridž Prostovoljna učna pomoč	Drinovec Drnovšek Kobal	zimski oba	slo slo

Uvod v funkcionalno analizo

Igor Klep

Vsebina:
Funkcionalna analiza je linearna algebra v neskončnih dimenzijah. Spoznamo osnovne pojme teorije Banachovih prostorov (= vektorski prostori opremljeni z normo, glede na katero so polni), Hilbertovih prostorov (= vektorski prostori opremljeni s skalarnim produktom, ki so polni) in linearnih operatorjev med njimi. Najpreprostejši linearni operatorji so linearni funkcionali, ki slikajo iz Banachovega ali Hilbertovega prostora v skalarje. Za njih bomo dokazali Hahn-Banachov izrek in nekatere njegove posledice, npr. v konveksnosti.

Srečali bomo tudi kompaktne operatorje, ki imajo podobne lastnosti kot matrike – operatorji na končnorazsežnih prostorih. Dokazali bomo spektralni izrek za sebi-adjungirane kompaktne operatorje in singularni razcep za poljubne kompaktne operatorje.

Potrebno/pričakovano predznanje: Osnove linearne algebre in matematične analize.

Izvedba 3/2: Predavanja in vaje.

Ocenjevanje: Med semestrom bo domača naloga, na koncu pa še pisni izpit. Po uspešno opravljenem pisnem izpitu je potrebno opraviti še teoretični del izpita.

Končna ocena je sestavljena na sledeči način:

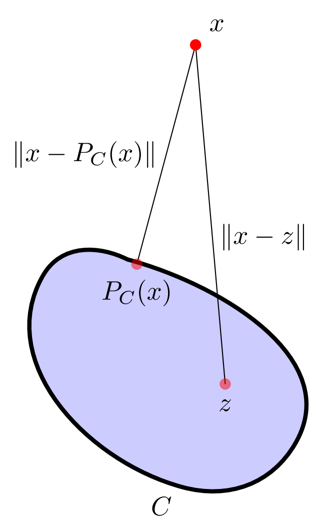
- domača naloga 15%;
- pisni del izpita 50%;
- teoretični del izpita 35%.

Literatura:

- Peter D. Lax: *Functional Analysis*, Wiley, 2002.

Semester: zimski

Jezik: slovenski



Teorija operatorjev

Marko Kandić

Vsebina:

Pri predmetu Teorija operatorjev se bomo posvetili različnim razredom omejenih operatorjev na Banachovih prostorih. Najprej si bomo ogledali razred kompaktnih operatorjev in izpeljali njihove splošne lastnosti, pri čemer bomo razvili spektralno teorijo le-teh. Kompaktne operatorje bomo preučevali tudi v kontekstu invariantnih podprostovov, kjer bomo med drugim s pomočjo izreka Lomonosova dokazali, da ima vsak neničeln kompakten operator netrivialen zaprt hiperinvariantten podprostor.

Naslednji preučevani razred so Fredholmovi operatorji. Omejen linearen operator $T\colon X \to Y$ med Banachovima prostoroma je Fredholmov, če sta prostora $\ker T$ in $Y/\operatorname{im} T$ končnorazsežna. Indeks Fredholmovega operatorja T je nato definiran kot $\operatorname{ind} T = \dim\ker T - \dim Y/\operatorname{im} T$. Ker za obrnljiv operator T velja $\operatorname{ind} T = 0$, si lahko mislimo, da indeks meri stopnjo neobrnljivosti danega operatorja. Poleg osnovnih lastnosti Fredholmovih operatorjev in indeksa bomo Fredholmove operatorje povezali s kompaktnimi operatorji in dokazali, da je operator T Fredholmov natanko tedaj, ko je njegova slika v Calkinovi algebri $\mathcal{B}(X)/\mathcal{K}(X)$, ki je Banachova algebra, obrnljiv element.

V nadaljevanju se bomo ukvarjali z Banachovimi algebrami v povezavi z operatorsko teorijo. Po krajši osvežitvi osnovnih pojmov bomo razvili Rieszov funkcijski račun in si ogledali, kako je spekter danega elementa Banachove algebre odvisen od podalgebre, v kateri ga opazujemo. V okolici izoliranih točk spektra omejenega operatorja T na Banachovem prostoru X bomo resolventno funkcijo razvili v Laurentovo vrsto z vrednostmi v Banachovi algebri $\mathcal{B}(X)$. Pomembno vlogo bo igral residuum A_{-1} Laurentovega razvoja, za katerega se izkaže, da je ustrezni spektralni projektor na invariantni podprostor operatorja T. Operatorju T, za katerega je vsak $\lambda \in \sigma(T) \setminus \{0\}$ izolirana točka spektra $\sigma(T)$, pripadajoči residuum pa operator končnega ranga, pravimo Rieszov operator. Dokazali bomo, da so Rieszovi operatorji tisti operatorji, ki imajo tako spektralno teorijo kot kompaktni operatorji.

Če bo čas dopuščal, si bomo še ogledali razred strogo singularnih operatorjev in Schauderjevo bazo ter aproksimacijsko lastnost Banachovega prostora.

Potrebno/pričakovano predznanje:

Osnove algebre, analize in topologije. Zaželjeno je poznavanje snovi iz Uvoda v funkcionalno analizo.

Izvedba 3/2

Predavanja in vaje. Namesto kolokvijev domače naloge, ki se upoštevajo pri oceni. Teoretični izpit.

Semester: poletni

Jezik: slovenski ali angleški (odvisno od študentov pri predmetu)

Partial Differential Equations
(Parcialne diferencialne enačbe)

Aleksey Kostenko

Content:
It is a difficult to overestimate the role of partial differential equations (PDEs) in both theoretical and applied mathematics. In the course we plan to cover some important theoretical chapters as well as some nontrivial applications of differential equations.

The first part of the course begins with the study of basic existence and uniqueness questions (e.g., the Cauchy–Kovalevskaya theorem, Levy's example). Then we proceed with the study of the most important 2nd order linear equations: Laplace, heat, wave and Schrödinger equations. The second part will be an introduction to the functional analytic treatment of partial differential equations (e.g., Sobolev spaces, distributions, linear PDEs with constant coefficients, second-order elliptic PDEs, etc.). The third part can be considered as an introduction to nonlinear PDEs.

Literature:
1. W. Craig, *A Course on Partial Differential Equations*, Amer. Math. Soc., 2018.
2. L. C. Evans, *Partial Differential Equations*, 2nd edn., Amer. Math. Soc., 2010.
3. D. Gilbarg and N. S. Trudinger, *Elliptic Partial Differential Equations of Second Order*, 2nd edn., Springer, 2001.
4. F. John, *Partial Differential Equations*, 3rd edn., Springer, 1978.

Necessary/Expected Knowledge: Basics of real and complex analysis, basics of ODEs. Some knowledge of measure theory (e.g., Lebesgue integral, L^p spaces) is desirable but not necessary.

Course structure 3/2: Lectures and tutorials. The written part of the exam consists of solving homework independently, which students will receive during the semester, and the final oral exam. The course will be taught in English.

Semester: summer semester

Language: English

Izbrana poglavja iz algebre

(Teorija upodobitev)

Urban Jezernik

Vsebina: Teorija upodobitev se ukvarja z *linearizacijo* abstraktnih objektov, predvsem grup in njihovih delovanj. Gre za klasično in dobro raziskano vejo matematike, ki ima številne uporabe tudi v drugih znanostih. Dva pomembna cilja, ki ju ta teorija doseže, sta naslednja.

(1) Namesto abstraktne obravnave dano grupo na različne načine uresničimo z obrnljivimi matrikami, kar nam z močnimi orodji linearne algebre omogoča bolj transparenten študij njihovih lastnosti. Tukaj nas zanimajo predvsem najenostavnejši načini predstavitev grup z matrikami.
(2) Mnoge situacije, kjer se pojavljajo grupe prek svojih delovanj, lahko lineariziramo in to linearno strukturo razstavimo na enostavne komponente, ki jih razumemo s pomočjo prejšnje točke.

Pri predmetu bomo najprej vzpostavili temelje teorije upodobitev (osnovne definicije in zgledi, fundamentalne konstrukcije upodobitev). Pokazali bomo, kako se lahko vsaki konkretni upodobitvi približamo, kot da bi jo pogledali pod mikroskopom (videli bomo, da je vsaka sestavljena iz *celic*, vsaka celica pa iz *organelov*). Za tem si bomo ogledali dobro razvito teorijo upodobitev končnih grup (tu bomo pod mikroskopom videli in razumeli čudovito strukturo s pomočjo Fourierove transformacije), podrobneje bomo raziskali upodobitve dveh temeljnih družin končnih grup (simetrične grupe in splošne linearne grupe nad končnim poljem). Ta teorija ima mnogo aplikacij, od katerih bomo izpostavili nekaj sodobnejših (v teoriji števil, kombinatoriki, slučajnih procesih na grupah). Nazadnje bomo obravnavali še nekaj zgledov upodobitev pomembnih družin neskončnih grup (kompaktne grupe ter linearne grupe, zvezne in diskretne).

Literatura: Zapiski predavanj so dostopni tukaj. Temeljna tuja literatura, ki jo bomo uporabljali, je naslednja.

- E. Kowalski, *An Introduction to the Representation Theory of Groups*, American Mathematical Society, 2014.
- W. Fulton, J. Harris, *Representation Theory: A First Course*, Springer GTM 129, 2004.
- J. P. Serre, *Linear Representations of Finite Groups*, Springer GTM 42, 1977.

Potrebno/pričakovano predznanje: Potrebno Algebra 2, zaželeno Algebra 3.

Izvedba: Predavanja (3 ure) in vaje (2 uri). Domače naloge, ustni izpit.

Semester: Zimski.

Jezik: Slovenski.

Teorija grafov (Graph Theory)

Csilla Bujtas

Vsebina (Content):

- Prirejanja in faktorji (največja in popolna prirejanja, stabilna prirejanja; Tuttov izrek; prirejanja v dvodelnih grafih; neodvisne množice in pokritja, Gallaijev izrek)
- Povezanost (2-povezani grafi, ušesna dekompozicija; k-povezanost, Mengerjev izrek; povezanost digrafov, Mengerjev izrek za digrafe)
- Barvanja grafov (meje za kromatično število, Brooksov izrek; struktura k-kromatičnih grafov, Turanov izrek; tetivni in popolni grafi; grafi povezav in barvanje povezav)
- Ravninski grafi (osnovni pojmi in rezultati, dualni grafi in triangulacije; izrek Kuratowskega in konveksne vložitve; barvanja ravninskih grafov in prekrižno število)
- Dominacija v grafih (meje za dominantno število; inačice dominacije; dominacija v kartezičnih produktih grafov in Vizingova domneva)

Temeljna literatura (Main literature):
- A. Bondy, U.S.R. Murty: Graph Theory, Springer, Berlin, 2008.
- W. Imrich, S.Klavžar, D.F. Rall, Topics in Graph Theory: Graphs and Their Cartesian Product, A K Peters/CRC Press, Wellesley, 2008.
- D. West: Introduction to Graph Theory (2nd Edition), Prentice Hall, Upper Saddle River, 2005.

Potrebno/pričakovano predznanje (Prerequisites): Poznavanje osnov teorije grafov in kombinatorike v okviru vsebin predmeta prve stopnje Diskretna matematika 1.

Izvedba (Course structure) 3/2: Predavanja in vaje. Po opravljenem pisnem izpitu (ali 2 kolokvija namesto izpita iz vaj) je potrebno opraviti še ustni del izpita.

Semester: zimski

Jezik (Language): angleški

IPDM 1: končni avtomati

Ganna Kudryavtseva

Vsebina:

Teorija avtomatov se ukvarja z abstraktnimi modeli sistemov, katerih obnašanje temelji na prehodih med stanji, in razvija metode za opis, analizo in uporabo takšnih sistemov. Združuje metode diskretne matematike, kombinatorike, algebre, logike in teoretičnega računalništva. Predmet predstavlja uvod v teorijo končnih avtomatov in racionalnih jezikov, s poudarkom na povezavi z algebro in logiko. Spoznali bomo tudi avtomate, ki pretvarjajo (in ne le sprejemajo ali zavračajo) besede in njihovo uporabo v algebri. Na koncu si bomo ogledali še nekaj novejših rezultatov iz področja.

Osnovne teme, ki jih zajema predmet, so:

- Končni avtomat, prepoznavni jezik, sintaktični monoid končnega avtomata, Myhillov izrek: jezik je prepoznavni natanko tedaj, ko ima končen sintaktični monoid.
- Racionalni jeziki, Kleenejev izrek o ekvivalenci racionalnosti in prepoznavnosti.
- Eilenbergov izrek o bijekciji med varietetama racionalnih jezikov in končnih monoidov.
- Posebna primera Eilenbergove korespondence: Schützenbergerjev izrek in Simonov izrek.
- Povezava končnih avtomatov z logiko: Büchijev izrek o ekvivalenci med končnimi avtomati in monadno logiko drugega reda.
- Avtomati, ki pretvarjajo besede: Mealyjevi stroji in z njimi generirane polgrupe in grupe. Svetilničarjeva grupa.

Literatura:

1. M. V. Lawson, *Finite automata*, CRC Press, 2003
2. J.-E. Pin, *Mathematical foundations of automata theory*, dostopno na povezavi http://www.liafa.jussieu.fr/∼jep/PDF/MPRI/MPRI.pdf
3. J.-E. Pin, *Varieties of formal languages*, North Oxford Academic Publ., 1986.

Potrebno/pričakovano predznanje: Zaželjeno je poznavanje osnovnih pojmov iz polgrup in grup (predmet Algebra 2), ki jih bomo tudi na kratko povzeli sproti.

Izvedba (3/2): Predavanja in vaje. Domača naloga se upošteva pri oceni pisnega dela izpita. Po opravljenem pisnem izpitu je potrebno opraviti ustni del izpita.

Semester: poletni

Jezik: slovenski ali angleški (odvisno od študentov pri predmetu)

Logika
(Logic)
Alex Simpson

Vsebina (Content):
The course studies first-order logic, its proof theory and model theory, leading to Gödel's celebrated incompleteness theorems.

This material touches on matters of fundamental significance in mathematics which have bearing on the nature of mathematical reasoning and of mathematical truth, and on the need for creativity in mathematics. Gödel's *completeness theorem* demonstrates that we can completely describe all legitimate rules for reasoning from a set of axioms. His *incompleteness theorems*, in contrast, show that it is impossible to provide a consistent set of axioms capturing all truths of mathematics. And the Church/Turing *undecidability theorems* show that it is impossible to write a computer program that will automatically "decide" whether a mathematical statement is true or false.

(1) Syntax and semantics of first-order logic.
(2) Examples of first-order theories and quantifier elimination.
(3) Gentzen's sequent calculus and Gödel's completeness theorem.
(4) Compactness, the Löwenheim-Skolem theorem, basic model theory.
(5) Arithmetic and the Church/Turing undecidability theorems.
(6) Gödel's incompleteness theorems.

Literatura:

- N. Prijatelj: Osnove matematične logike, 2. del: Formalizacija, DMFA Slovenije, Ljubljana, 1992.
- N. Prijatelj: Osnove matematične logike, 3. del: Aplikacija, DMFA Slovenije, Ljubljana, 1994.
- W. Rautenberg: A Concise Introduction to Mathematical Logic. Universitext, 2009.

Potrebno/pričakovano predznanje:
Opravljen predmet Logika in množice iz 1. letnika ali ekvivalentno znanje.

Izvedba 3/2. Predavanja in vaje. Pisni in ustni izpiti.

Semester: poletni

Jezik: angleščina

Analiza na mnogoterostih

Franc Forstnerič

Opis predmeta: Gladka mnogoterost je Hausdorffov topološki prostor, ki je lokalno videti kot evklidski prostor, ti evklidski kosi pa so med seboj zlepljeni z gladkimi difeomorfizmi. Pojem mnogoterosti se je razvil iz del slavnih matematikov in fizikov kot so bili Euler, Lagrange, Gauss, Riemann, Klein, Poincaré, Einstein, Weyl, Cartan in mnogi drugi. Mnogoterosti so temeljna osnova za vrsto področij sodobne matematike kot so diferencialna, analitična in algebraična geometrija, diferencialna topologija, Liejeve grupe, dinamika, teorija foliacij itd. So tudi nepogrešljivo orodje v fiziki, mehaniki, astronomiji in drugih področjih naravoslovja in tehnike. Predmet predstavlja osnovo za obravnavo navedenih področij in je pomemben del priprave na vrsto drugih predmetov na 2. in 3. stopnji študija matematike ter na raziskovalno delo.

Pričeli bomo s primeri in konstrukcijami mnogoterosti ter gladkih preslikav med njimi. Nato bomo analitične pojme in sredstva kot so odvajanje, integriranje, vektorska polja, diferencialne forme itd., posplošili z evklidskih prostorov na mnogoterosti. Spoznali bomo vrsto novih pojmov, metod in rezultatov: tangentni in kotangentni sveženj mnogoterosti, tok vektorskega polja, komutator, Frobeniusov izrek o integrabilnosti distribucij, Liejeve grupe, Sardov izrek, osnove Morsejeve teorije, pojem transverzalnosti, diferencialne forme in njihova integracija, Stokesov izrek.

Literatura: Na učilnici bo objavljena skripta iz predmeta v slovenskem jeziku z navedbo literature.

Potrebno/pričakovano predznanje: Poznavanje osnov matematične analize in topologije v obsegu predmetov na prvi stopnji programa Matematika na FMF UL.

Izvedba 3/2. Predavanja in vaje. Izpit sestoji iz samostojnega reševanja domačih nalog, ki jih bodo študenti prejeli med semestrom, ter zaključnega pisnega izpita.

Semester: zimski

Jezik: slovenski

Uvod v algebraično geometrijo

Klemen Šivic

Vsebina: Študent se spozna z osnovnimi pojmi in izreki algebraične geometrije.Spozna tudi številne zglede algebraičnih množic, to je raznoterosti, ki jih bo srečal pri drugih predmetih.

- Afine raznoterosti. Topologija Zariskega. Kolobar polinomskih preslikav. Racionalne preslikave.
- Hilbertov izrek o ničlah. Dimenzija.
- Projektivne raznoterosti. Regularne in racionalne preslikave. Osnovno o snopih.
- Klasične konstrukcije - sekantne raznoterosti, Grassmannove raznoterosti, detereminantne raznoterosti, Segrejeve raznoterosti, produkt raznoterosti.
- Tangentni prostor, tangentni stožec. Gladke raznoterosti.
- Preslikave med raznoterostmi. Odpravljanje singularnosti.
- Hilbertov polinom in Hilbertova funkcija.
- Delitelji na raznoterostih. Linearni sistemi. Projektivne vložitve raznoterosti.
- Uvod v sheme.

Znanja, pridobljena pri predmetu, se uporabljajo na vseh področjih matematike in uporabe matematike, kjer študiramo geometrične objekte, v teoriji števil, v teoretični fiziki, in tudi drugje.

Temeljna literatura:

- B. Hassett: *Introduction to algebraic geometry*, Cambridge Univ. Press, 2007.
- I. Shafarevich: *Basic Algebraic Geometry I : Varieties in Projective Space*, Springer, 2nd edition, Berlin, 1994.

Dodatna literatura:

- I. V. Dolgachev. *Classical algebraic geometry. A modern view.* Cambridge University Press, 2012
- W. Fulton: *Algebraic Curves,* Addison-Wesley, Redwood City, 1989.
- A. Gathmann. *Algebraic Geometry.* Class Notes, TU Kaiserslautern, 2021/22, https://www.mathematik.uni-kl.de/ gathmann/class/alggeom-2021/alggeom-2021.pdf
- J. Harris: *Algebraic Geometry : A First Course,* Springer, New York, 1995.

Potrebno/pričakovano predznanje: Pri predmetu so potrebna znanja pridobljena na prvi stopnji pri predmetih iz algebre. Znanja iz predmetov Afina in projektivna geometrija, Algebraične krivulje ali Komutativna algebra so koristna, niso pa obvezna.

Izvedba (3/2): Predmet se izvaja na običajen način s predavanji in vajami. Študenti bodo med letom dobili domače naloge, ki se upoštevajo pri končni oceni. Ob koncu semestra bo pisni izpit in ustni zagovor.

Semester: zimski

Jezik: slovenski

Riemannove ploskve (Riemann surfaces)

Rafael Andrist

Opis (Description): Riemannova ploskev je enorazsežna kompleksna mnogoterost. Poleg domen v kompleksni ravnini so najpreprostejši primeri Riemannova sfera in kompleksni torusi, imenovani tudi eliptične krivulje. Zanimajo nas tako Riemannove ploskve kot holomorfne funkcije na njih in holomorfne preslikave med njimi. Teorija Riemannovih ploskev leži na presečišču številnih področij matematike, od klasične kompleksne analize in analize na mnogoterostih, preko teorije kompleksnih in algebraičnih krivulj, do novejših uporab v simplektični geometriji, nizko dimenzionalni topologiji, teoriji strun, pa vse do kriptografije. V predmetu bomo razvili osnove teorije Riemannovih ploskev s pomočjo kompleksne analize, ki ponuja najhitrejšo pot do nekaterih pomembnih rezultatov, kot je npr. Riemann-Rochov izrek. Spotoma bomo spoznali bogato paleto Riemannovih ploskev.

Vsebina (Content): Definicija Riemannove ploskve. Osnovni primeri. Holomorfne in meromorfne funkcije in preslikave. Topologija Riemannovih ploskev. Krovni prostori in krovne transformacije. Analitično nadaljevanje. Algebraične funkcije. Riemannove ploskve kot kompleksne krivulje v evklidskih in projektivnih prostorih. Konstrukcija meromorfnih funkcij na kompaktnih Riemannovih ploskvah z L^2-metodo. Weylova lema. Meromorfne funkcije in diferenciali. Harmonični in analitični diferenciali. Divizorji in holomorfni vektorski svežnji. Riemannov-Rochov izrek in uporaba. Serrejeva dualnost.

Glavna literatura (Main literature):

- H. M. Farkas, I. Kra: Riemann surfaces. Second edition. Graduate Texts in Mathematics, 71. Springer-Verlag, New York, 1992.
- O. Forster; Lectures on Riemann surfaces. Graduate Texts in Mathematics, 81. Springer-Verlag, New York, 1991.
- F. Forstnerič: Riemannove ploskve in analitična geometrija. Univerza v Ljubljani. Zapiski predavanj, objavljeni na spletni učilnici Oddelka za matematiko FMF.
- P. Griffiths: Introduction to Algebraic Curves. Translations of Mathematical Monographs, Vol. 76, AMS, 1980.
- R. Miranda: Algebraic curves and Riemann surfaces. Graduate Studies in Mathematics, 5. American Mathematical Society, Providence, RI, 1995.

Potrebno/pričakovano predznanje (Prerequisites): Osnove analize in topologije o obsegu premetov prvih dveh letnikov na prvi stopnji študijskega programa matematika.

Izvedba (Course structure) 3/2. Predavanja in vaje. Izpit sestoji iz samostojnega reševanja domačih nalog, ki jih bodo študenti prejeli med semestrom, ter zaključnega pisnega izpita.

Semester: poletni.

Jezik (Language): angleški.

Numerična integracija in navadne diferencialne enačbe
Emil Žagar

Vsebina: Predmet obravnava snov, ki v uporabno smer nadgrajuje poznavanje matematike na področju integracije in reševanja navadnih diferencialnih enačb. Slušatelja vpelje v numerične metode, njihovo analizo in implementacijo ter spozna s praktičnimi problemi, kjer se posamezni pristopi posebej odlikujejo. S tem nudi dobro podporo reševanju raznovrstnih praktičnih problemov na tehničnem, finančnem, družboslovnem in drugih področjih.
Obravnavane bodo naslednje teme: numerično odvajanje, Newton-Cotesova pravila in njihova nadgradnja, Gaussova pravila, integracija v več spremenljivkah, metode tipa Monte Carlo. Reševanje navadnih diferencialnih enačb, začetni problemi, enočlenske metode in veččlenske metode, toge diferencialne enačbe. Robni problemi, diferenčna metoda, metoda končnih elementov, kolokacija.

Literatura: Jernej Kozak: *Numerična analiza*, DMFA-založništvo, Ljubljana, 2008.

Potrebno/pričakovano predznanje: Koristno je znanje snovi predmeta *Numerična aproksimacija in interpolacija*.

Izvedba 3/0/2: Predavanja in vaje. Načrtovan izpitni režim: domači nalogi, pisni in ustni izpit. Domači nalogi se preverjata v obliki kvizov in upoštevata pri oceni pisnega dela izpita. Po opravljenem pisnem izpitu je potrebno opraviti še ustni del izpita.

Semester: zimski

Jezik: slovenski

Računalniško podprto geometrijsko oblikovanje

Marjetka Knez

Vsebina:
Računalniško podprto geometrijsko oblikovanje oz. krajše CAGD (Computer Aided Geometric Design) je moderno področje na meji med matematiko in računalništvom. Gre za razvoj in študij matematičnih metod za predstavitev in delo s krivuljami, ploskvami ter telesi. Daje nam osnovo za računalniško podprto oblikovanje (CAD), proizvodnjo (CAM) in delo s parametričnimi krivuljami, ploskvami in telesi v industriji (načrtovanje oblike izdelkov, vodenje robotov, strojna proizvodnja izdelkov, modeliranje in simulacije). Pri predmetu se bomo najprej spoznali z Bézierjevimi krivuljami, ki predstavljajo osnovno orodje. Ogledali si bomo njihove lastnosti ter algoritme za delo z njimi. V nadaljevanju bomo obravnavali zlepke iz Bézierjevih krivulj, geometrijsko zveznost ter racionalne Bézierjeve krivulje. Znanje bomo posplošili tudi na ploskve, pri čemer bomo spoznali Bézierjeve ploskve iz tenzorskega produkta ter trikotne Bézierjeve krpe. Teorijo bomo podkrepili s praktičnimi zgledi s pomočjo implementacije izpeljanih algoritmov.

Literatura:

- G. Farin: Curves and surfaces for CAGD, A Practical Guide, 5th ed., Morgan Kaufmann, 2002.
- G. Farin, J. Hoschek, M.-Soo Kim: Handbook of Computer Aided Geometric Design, Amsterdam [etc.]: Elsevier, cop. 2002.
- M. J. Lai, L. Schumaker: Spline functions on triangulations, Cambridge: Cambridge University Press, 2007.

Potrebno/pričakovano predznanje: Poznavanje osnov numerične matematike in Matlaba.

Izvedba 3/2: Predmet se bo izvajal s 3 urami predavanj in 2 urama vaj v računalniški učilnici. Načrtovan izpitni režim: kvizi, seminarska naloga/projekt s predstavitvijo ter izpit iz teorije (pisni ali ustni).

Semester: zimski

Jezik: slovenščina

Iterativne numerične metode v linearni algebri

Bor Plestenjak

Vsebina: Ukvarjali se bomo z numeričnim reševanjem velikih razpršenih linearnih sistemov ter računanjem lastnih vrednosti in vektorjev velikih razpršenih matrik. Za matriko A velikosti $n \times n$ pravimo, da je razpršena, če ima le $O(n)$ neničelnih elementov, ki poleg tega nimajo kakšne posebne strukture. Take matrike se velikokrat pojavijo v praktičnih aplikacijah, a direktne metode, kot sta npr. LU razcep za reševanje linearnega sistema ali QR iteracija za računanje lastnih vrednosti, niso primerne, saj nam zmanjka pomnilnika oziroma časa.

Namesto tega uporabljamo iterativne metode, kjer dobimo zaporedje približkov, ki konvergirajo k točni rešitvi. Za razvoj učinkovitih numeričnih algoritmov za razpršene matrike bomo uporabljali orodja iz numerične linearne algebre in jih preizkušali v programu Matlab.

Spoznali bomo nekaj praktičnih problemov, kjer nastopajo velike razpršene matrike. Tako npr. za analizo potresne varnosti zgradbe potrebujemo nekaj najnižjih lastnih vrednosti modela, ki ga predstavlja velika razpršena matrika. Z reševanjem velikih linearnih sistemov se srečamo pri numeričnem reševanju parcialnih diferencialnih enačb. Če uporabimo npr. metodo simetričnih diferenc ali metodo končnih elementov, problem prevedemo na reševanje ogromnega sistema, katerega velikost je odvisna od natančnosti, s katero želimo rešiti problem.

Ključne besede: Jacobijeva, Gauss-Seidelova, SOR metoda, simetrična SOR metoda (SSOR) s pospešitvijo Čebiševa. Podprostor Krilova. Lanczosev in Arnoldijev algoritem. GMRES, MINRES, konjugirani gradienti (CG), bi-konjugirani gradienti (Bi-CG). Predpogojevanje. Galerkinov pogoj. Rayleigh–Ritzeve vrednosti in vektorji, Jacobi–Davidsonova metoda.

Literatura: Na strani `http://www.fmf.uni-lj.si/~plestenjak/Vaje/INMLA/inmla.htm` sta na voljo skripti predavanj in vaj ter spisek druge literature.

Potrebno/pričakovano predznanje: Študenti 1. stopnje Matematike oz. Finančne matematike dobite potrebno predznanje pri obveznih numeričnih predmetih na 1. stopnji Matematike oz. Finančne matematike. Pri matematikih vam pride prav (gre pa tudi brez tega) znanje predmeta Numerična linearna algebra. Študenti IŠRM, ki niste izbrali Numeričnih metod 2, boste morali prebrati kaj o računanju lastnih vrednosti matrik.

Izvedba 2/1/2. 2 domači nalogi, pisni in ustni izpit.

Semester: poletni

Jezik: slovenski

Ostalo: Več informacij o predmetu, vključno s skripto, lahko najdete na spletni strani

`http://www-lp.fmf.uni-lj.si/plestenjak/vaje/INMLA/inmla.htm`

ali preko elektronske pošte, seveda pa se lahko tudi osebno oglasite pri predavatelju.

Finančna matematika 2

Mihael Perman

Vsebina:

1. Sredstva iz analize in verjetnosti.
1.1 Funkcije z omejeno totalno variacijo.
1.2 Lebesgue-Stieltjesov integral.
1.3 Konvergenca v L^2 prostorih.
1.1 Maksimalne neenakosti za diskretne martingale.
2. Brownovo gibanje.
2.1 Motivacija in definicija.
2.2 Markovska in krepka markovska lastnost, princip zrcaljenja.
2.2 Brownovi martingali.
2.3 Martingali v zveznem času, kvadratična variacija.
2.4 Izrek o opcijskem ustavljanju v zveznem času.
3. Itôv integral.
3.1 Konstrukcija, Itôva izometrija, osnovne lastnosti.
3.2 Itôva lema in uporabe.
3.3 Lokalizacija in lokalni martingali.
3.4 Integral glede na lokalni martingal
3.5 Splošna Itôva formula.
3.6 Stohastične diferencialne enačbe, obstoj in lastnosti rešitev.
4. Vrednotenje izvedenih vrednostnih papirjev.
4.1 Povzetek diskretnih modelov.
4.2 Black-Scholesov model.
4.3 Varovanje v zveznem času.
4.4 Zamenjava mere, izrek Girsanova, neobstoj arbitraže.
4.5 Izrek o martingalski reprezentaciji, kompletnost modelov.
4.6 Eksplicitni primeri vrednotenja opcij.

Literatura:

- B. Øksendal, Stochastic Differential Equations, 6th Edition, Springer, 2010.
- D. Lamberton, B. Lapeyre, Stochastic Calculus Applied to Finance, Chapman & Hall, 1996.
- S. Shreeve, Stochastic Calculus for Finance II: Continuous-Time Models, Springer, 2008.
- T. Björk, Arbitrage Theory in Continuous Time, 2rd Edition, 2009, Oxford.

Potrebno/pričakovano predznanje: Analiza 2: parcialno odvajanje, integracija funkcij več spremenljivk in integrali s parametrom. Verjetnost: neodvisnost, pričakovana vrednost, osnovne porazdelitve, pogojne porazdelitve in pogojna pričakovana vrednost, diskretni martingali. Teorija mere: abstraktni integral, izreka o monotoni in dominirani konvergenci, Fubinijev izrek, Radon-Nikodýmov izrek, L^p prostori. Finančna matematika 1: modeli gibanja cen, definicija izvedenih vrednostnih papirjev, princip ene cene, ekvivalentne mere, odsotnost arbitraže in kompletnost modelov.

Izvedba (3/2): Predmet ima običajno strukturo izvajanja s predavanji in vajami. Študenti morajo opraviti pisni izpit, ki ima utež 50% v celotni oceni. Drugi del obveznosti z utežjo 50% je seminarska naloga. Ustni izpit je po želji, če kdo želi popraviti oceno.

Semester: zimski

Jezik: Praviloma slovenski, v primeru večjega števila Erasmus študentov lahko tudi angleški.

Verjetnost 2

Janez Bernik

Vsebina:

Markovske verige v diskretnem času. Povezava s teorijo grafov in linearno algebro. Osnovna struktura verig. Časi prvih prehodov in vrnitev. Povrnljiva in minljiva stanja. Časi ustavljanja ter enostavna in krepka markovska lastnost. Ergodično obnašanje verige. Limitni izreki. Posebnosti v primeru končnega števila stanj.

Markovske verige v zveznem času: čisti skočni procesi brez eksplozije. Zvezna markovska lastnost. Naprejšnje in nazajšnje enačbe Kolmogorova v integralski in diferencialni obliki in njihove rešitve. Diferencialne enačbe in generator polgrupe. Konstrukcija: stabilnost in neeksplozivnost.

Uporaba markovskih verig: čakalni sistemi (rojstno smrtni čakalni sistem, čakalni sistem M/M/1, osnovni pojmi teorije strežnih sistemov, nekateri pomembni primeri čakalnih sistemov). Metoda Monte Carlo markovskih verig (Bayesova statistika in Monte Carlo simulacije, algoritma Gibbsov vzorčevalnik in Metropolis-Hastings, konvergenca algoritmov.

Potrebno/pričakovano predznanje: Opravljeni izpiti iz verjetnosti in statistike na 1. stopnji.

Izvedba 3/2: Ocena je določena na osnovi pisnega izpita.

Semester: zimski

Jezik: slovenski

Statistika 2

Jaka Smrekar

Vsebina:
Statistika je izjemno pomembno področje s širokim spektrom uporabe v financah, medicini, računalništvu in drugod. Cilj predmeta je strukturiran pregled temeljnih metod sklepne statistike s poudarkom na uporabnosti.

(1) **Uvod.** Statistični model, statistika. Pogojne porazdelitve, zadostnost, kompletnost. Eksponentne družine porazdelitev.
(2) **Točkovno ocenjevanje parametrov.** Nepristranskost, nepristranske cenilke z enakomerno najmanjšo disperzijo. Ocenjevanje v linearnih modelih. Metoda največjega verjetja. Asimptotične lastnosti cenilk, asimptotične lastnosti cenilk v linearnih modelih.
(3) **Preizkušanje domnev.** Enakomerno najmočnejši preizkusi in Neyman-Pearsonov okvir. Preizkušanje v eksponentnih in normalnih modelih. Preizkušanje v normalnem linearnem modelu. Preizkušanje na podlagi razmerja verjetij. Preizkušanje v neparametričnih modelih.
(4) **Območja zaupanja.** Konstrukcija: pivotna funkcija, inverzija območja nezavrnitve. Lastnosti območij zaupanja.
(5) **Osnove Bayesove statistike.** Bayesova formula. Apriorne in aposteriorne porazdelitve, konjugirana družina apriornih porazdelitev. Ocenjevanje parametrov. Preizkušanje domnev.

Literatura:
G.G. Roussas: A course in mathematical statistics, 2nd edition, Academic Press, 1997.

Potrebno/pričakovano predznanje:
Verjetnostni račun 1 in Statistika 1 oziroma Verjetnost in Statistika.

Izvedba 3/2. Predmet se bo izvajal s predavanji in vajami, znanje pa bo ocenjeno na podlagi pisnega izpita ter domače naloge z ustnim zagovorom.

Semester: zimski

Jezik: slovenski

Aktuarska matematika: Življenjska zavarovanja (Actuarial Mathematics: Life Insurance)

Ermanno Pitacco
Professore Ordinario, Dipartimento di scienze economiche, aziendali, matematiche e statistiche, Facoltá di Economia, Universitá degli studi di Trieste, Italia

Content:

(1) MULTIPLE STATE MODELS FOR LIFE AND OTHER CONTINGENCIES: THE TIME-CONTINUOUS APPROACH.
   (a) Evolution of a risk: states, transitions, cash-flows. Examples.
   (b) The time-continuous Markov model.
   (c) The semi-Markov model.
   (d) Splitting of states.
   (e) Finding transition probabilities.
   (f) Increment-decrement tables.
   (g) Actuarial values: premiums, reserves, expected profits.
   (h) Representing the disability process.
   (i) Distributions of random present values.

(2) MULTIPLE STATE MODELS FOR LIFE AND OTHER CONTINGENCIES: THE TIME-DISCRETE APPROACH.
   (a) The time-discrete Markov model.
   (b) Examples.

(3) INFERENTIAL ISSUES.
   (a) A problem in disability insurance.
   (b) Transition frequencies.
   (c) Transition matrix with random elements.
   (d) The inference model.
   (e) Application to disability insurance.

(4) DYNAMICS IN TRANSITION INTENSITIES.
   (a) Mortality trends.
   (b) A dynamic setting.
   (c) Projecting mortality.

(5) POOLING RISKS.
   (a) The Bernoulli risk.
   (b) Managing a portfolio of risks.
   (c) Pricing.
   (d) Capital allocation.

Literature:

Haberman S., Pitacco E. (1999). *Actuarial models for disability insurance*, CRC Press.
Pitacco E. (2004). *"Disability Insurance, Numerical Methods"*, in: J. L. Teugels, B. Sundt (Eds.), *Encyclopedia of Actuarial Science*, J. Wiley & Sons, vol. 1: 541-548.
Pitacco E., Denuit M., Haberman S., Olivieri A. (2009). *Modelling longevity dynamics for pensions and annuity business*, Oxford University Press.

Prerequisites: It is required that you passed a course in probability theory and statistics.

Semester: second semester

Language: English

Finančna matematika 3: Teorija obrestnih mer
(Financial Mathematics 3: Interest Rate Theory)

József Gáll
associate professor, Department of Applied Mathematics and Probability Theory,
Faculty of Informatics
University of Debrecen, Hungary,
jozsef.gall@inf.unideb.hu

The aim of the course:
The aim of the course is to discuss modern interest rate models, bond market structures and interest rate related financial assets, such as interest rate and bond derivatives. We discuss several fundamental and widely used interest rate models of the literature: on the one hand both in discrete and in continuous time settings, on the other hand we study short rate and forward interest rate models with special focus on the latter ones. Our aim is to show some important results of financial mathematics on this area (e.g. no-arbitrage conditions, asset pricing) and also to study specific statistical, practical and financial questions in the models at issue.

Content:
Basic notions, interest rates, yield curves, bond structures, interest rate derivative contracts.
Discrete time interest rate models. The Ho-Lee model, binary models introduced by short rate dynamics.
Discrete time forward interest rate models, the Heath-Jarrow-Morton (HJM) framework. No-arbitrage conditions, derivative pricing.
Continuous interest rate models, arbitrage free family of bond prices, classification of models. Change of numeraire, no-arbitrage in continuous time, forward measures, related stochastic calculus.
Some elementary short rate models (Merton, Vasicek, Cox-Ingersoll-Ross, Hull-White), no-arbitrage in short rate models, affine term structures.
HJM type models in continuous time settings, no-arbitrage criteria and drift conditions.
Some special topics: forward rate models driven by random fields, expectation hypotheses, defaultable bonds, pricing problems of certain interest rate derivatives, statistical and fitting questions, calibration and numerical issues.
We shall show some examples and scripts written in R in the discussed models, such as examples for the bond market structures under different parametrisations, price and interest rate process evolvements, estimation of prices by MC simulation.

For the discussion of the fundamental models and theorems we shall mainly use classical monographs such as [1], [2], [3] and some further handouts. On the other hand, we shall also discuss some particular problems in special models for which selected (celebrated) papers of the literature shall be used.

Literature:
[1] Cairns, A.J.G. (2004), Interest Rate Models, Princeton University Press, Princeton and Oxford.
[2] Brigo, D. and Mercurio, F. (2006), Interest Rate Models - Theory and Practice: With Smile, Inflation and Credit, Springer, Berlin Heidelberg New York.
[3] Musiela, M. and Rutkowski, M. (2005), Martingale Methods in Financial Modelling, Edition 2, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg.

Prerequisites: It is required that you passed a course (or courses) in probability theory, statistics and stochastic processes, and recommended that you passed an introductory course in financial mathematics (fundamental theorems of asset pricing, basic notions and models of option pricing).

Semester: Spring 2023

Language: English

Optimizacija v financah
(Optimization in finance)

Nacira Agram
assistant Professor, University of Biskra, Algeria,
currently at University of Oslo, Norway.
naciraa@math.uio.no

Content:
Background: Stochastic Integral, properties and Itô formula, martingale and martingale representation theorems.
Stochastic differential equations:

a) Linear case: Explicit Solutions for:
   - Geometric Brownian motion (the stock price process)
   - Derive the famous Black & Scholes pricing formula
   - Ornstein-Uhlenbeck process (model interest rates, currency exchange rates, and commodity prices stochastically)
   - Numerical solutions by using for example Matlab programming

b) Nonlinear case: Existence and Uniqueness of the solutions

Optimization problems:
We will study stochastic control problems. Two important approaches are: Dynamic programming and Maximum principles.

We will study them separately and then try to solve some real problems from finance, for example: Optimal consumption and optimal portfolio optimization problems.

Literature:

- Bernt Øksendal. Stochastic differential equations. Springer, 2013.
- Laurent Mazliak. An introduction to probabilistic methods in stochastic control. Lectures at Pescara University, April 1996.

Prerequisites: It is required that you passed a course in probability theory and an introductory course in financial mathematics.

Semester: second semester

Language: English

Izbrana poglavja iz teorije iger

Aljaž Ule
Famnit, Univerza na Primorskem

Vsebina:
V predmetu se bomo spoznali z modernim razvojem v modeliranju strateškega odločanja. Prvi del bo namenjen zahtevnejšim vsebinam klasične teorije iger, kot so nepopolna informacija, sekvenčno ravnovesje in ponavljane igre. Drugi del bo namenjen uporabi klasične teorije v ekonomskih analizah pogajanj in oblikovanja tržnih pravil. Tretji del bo namenjen vedenjski teoriji iger ter modeliranju odločanja ljudi.

Potrebno/pričakovano predznanje: Obveznega predznanja ne zahtevamo, saj bomo v prvih predavanjih povzeli osnove nekooperativne teorije iger. Bo pa predznanje teorije iger zelo pripomoglo k razumevanju, saj bomo osnove obdelali na hitro.

Izvedba: Predavanja in vaje. Predvidoma se bo predmet izvedel 6-7 tednih v marcu in aprilu. Predavanja se bodo izvajala hkrati za študente Fakultete za matematiko in fiziko UL ter za študente Fakultete za matematiko, naravoslovje in informacijske tehnologije (Famnit) Univerze na Primorskem.

Semester: poletni

Jezik: slovenski

Teorija izračunljivosti
(Computability theory)

Alex Simpson

Vsebina (Content):
This course addresses the fundamental question: what kinds of problem are *computable*, that is, roughly speaking, are amenable to solution by a computer? Our starting point will be diverse mathematical definitions of *computability* given by several people including Alan Turing and Kurt Gödel in the 1930s. A key result is that all definitions are equivalent. This motivates the *Church-Turing thesis*: there one absolute notion of computability. One can thus classify mathematical problems according to their computability properties. For example, the *decidable* problems are those for which an answer can be computed, whereas the *undecidable* problems are those whose answer cannot be found by an algorithm. Turing's notorious *halting problem* is an archetypal problem in the latter class. Many other famous mathematical problems reside in this class as well.

Traditional computability theory addresses computational problems involving *discrete data*. The course will also study the extension of computability to *continuous data*, such as functions, real numbers, etc. This allows computability questions to be directed at continuous mathematics, and also, more practically, corresponds to a form of computation with continuous data (e.g., real numbers) that avoids rounding errors.

(1) Turing machines, the universal Turing machine, computability and undecidability.
(2) Other models of discrete computation and the Church-Turing thesis.
(3) Classifying sets and functions according to their computability properties.
(4) Type 2 Turing machines for computation with continuous data.
(5) Computable functions on real numbers and other continuous data types.

Literatura:

- N.J. Cutland. Computability: An Introduction to Recursive Function Theory. Cambridge University Press. 1980.
- M. Sipser. Introduction to the Theory of Computation. Cengage Learning. 3rd Edition, 2012.
- A.M. Turing. On Computable Numbers, with an Application to the Entscheidungsproblem. Proceedings of the London Mathematical Society 2 42:230–65, 1937.
- K. Weihrauch. Computable Analysis: An Introduction. Springer-Verlag, Berlin/Heidelberg, 2000.

Potrebno/pričakovano predznanje: Opravljen predmet Logika in množice iz 1. letnika ali ekvivalentno znanje.

Izvedba 3/2. Predavanja in vaje. Pisni izpit.

Semester: zimski

Jezik: angleščina

Izbrana poglavja iz optimizacije

Janez Povh

Vsebina:
Matematična optimizacija spada med področja, ki se zelo pogosto uporabijo v drugih vejah znanosti, prav tako pa tudi v tehniki in vsakodnevni praksi. Kadarkoli želimo nekaj narediti na najboljši možen način, je prostor za metode matematične optimizacije. Matematična optimizacija je eno tistih področij aplikativne matematike, ki je doseglo velik razcvet po drugi svetovni vojni, še posebej po razvoju simpleksne metode za linearno programiranje, ki jo je Georg Dantzig predstavil leta 1948. Od takrat je bilo razvitih mnogo metod za (približno) reševanje različnih (ne)linearnih optimizacijskih problemov, ki so bile vzporedno primerno teoretično utemeljene.

Študentje bodo pri tem predmetu spoznali:

- Uvod v matematično optimizacijo: potrebni in zadostni pogoji za optimalnost, Lagrangeova dualna teorija.
- Reševanje problemov matematične optimizacije: gradientna, Newtonova, Kvazi-Newtonova, izboljšana Lagrangeova metoda.
- Linearno programiranje: kratka ponovitev dodiplomske snovi (dualna teorija, simpleksna metoda), metode notranjih točk, programi za reševanje v okolju Matlab, praktični primeri.
- Konveksno kvadratično programiranje: pogoji optimalnosti, metode za reševanje (metoda aktivne množice, Goldfarb–Idnani metoda, metode notranjih točk), optimizacija nad Lorentzovim stožcem, programi za reševanje v okolju Matlab, praktični primeri.
- Semidefinitno programiranje: formulacija problema, dualna teorija, metode notranjih točk, druge metode za reševanje, programi za reševanje v okolju Matlab, praktični primeri.
- Celoštevilska programiranje: razveji in omeji in razveji in odreži algoritem: opis algoritma, teoretične lastnosti, izvedba.
- Primeri iz kombinatorične optimizacije: problem maksimalnega prereza grafa, problem iskanja neodvisne množice, reševanje s semidefinitnim programiranjem in razveji in omeji algoritmom.

Literatura: Forst, W., & Hoffmann, D. (2010). Optimization—theory and practice. Springer Science & Business Media.

Potrebno/pričakovano predznanje: Študentje bodo potrebovali znanje predmetov Linearna algebra, Analiza 1 in Numerična linearna algebra.

Izvedba 3/2: Študentje bodo dobili tekom izvajanja vaj več domačih nalog. Na koncu predmeta bosta pisni in ustni izpit. Domače naloge bodo upoštevane pri končni oceni pisnega izpita.

Semester: zimski

Jezik: slovenski

IPRM: Računska Geometrija

Sergio Cabello

Vsebina:
Predmet krije osnovne algoritme računske geometrije. Računska geometrija se ukvarja z računskimi problemi, kjer imajo vhodni podatki geometrijski pomen. Podrobno bomo obravnavali naslednje probleme:

- Presečišča daljic. Algoritmi pometanja.
- Večkotniki in triangulacije večkotnikov.
- Konveksne množice. Algoritme za iskanje konveksne ovojnice točk v ravnini.
- DCEL. Problem določanja položaja.
- Voronojevi diagrami. Fortuneov algoritem.
- Delaunayeva triangulacija v ravnini. Prirastni algoritem. Interpretacija v 3 dimenzijah.
- Podatkovne strukture za točke.
- Dualnost in razporeditve premic.

Potrebno/pričakovano predznanje: Osnovno znanje o algoritmih in podatkovnih strukturah.

Izvedba 2/1/2:

- Obveznosti študentov: sodelovanje pri seminarju, pisni izpit iz vaj in ustni izpit.
- Oblika seminarja bo odvisno od število študentov: predstavitve novega materiala, predstavitve študentov ali skupno reševanje bolj zahtevnih nalog.
- Ocena bo upoštevala oceno izpita iz vaj (∼40%), sodelovanje pri seminarju (∼20%) in oceno ustnega izpita (∼40%).

Semester: poletni

Jezik: angleški, če so tuji študenti prisotni. Študenti lahko delajo predstavitve in izpite v slovenskem jeziku.

Napredno strojno učenje

Ljupčo Todorovski

Vsebina:
Predmet obravnava napredne teme iz strojnega učenja, ki jih na začetku semestra izberemo na osnovi tekočih, zanimivih raziskav. Cilj je študente seznaniti s sodobnimi trendi razvoja strojnega učenja: zadnje čase so to učenje iz bolj zapletenih tipov podatkov, avtomatizacija procesa izbire modela za podane podatke, globoke nevronske mreže ter pojasnjevanje in razlaga napovedi zapletenih modelov. Na začetku semestra bomo na morebitno zahtevo študentov, ki niso prej poslušali predmetov s področja, na hitro ponovili osnovne algoritme strojnega učenja. V nadaljevanju semestra bomo osnove nadgradili v nekaj izbranih smereh, kot na primer:

(1) Meta učenje in AutoML, t.j., avtomatska izbira optimalnih algoritmov ter njih nastavitev za podano podatkovno množico;
(2) Učenje iz zapletenih podatkovnih tipov (npr. relacijske podatkovne baze ali grafi);
(3) Globoke nevronske mreže in njihova uporaba za nadzorovano učenje, zmanjševanje razsežnosti podatkov in/ ali tvorjenje podatkov;
(4) Inkrementalno učenje in revizija napovednih modelov iz podatkovnih tokov;
(5) Razumljiva razlaga (napovedi) zapletenih napovednih modelov (npr. ansamblov, globokih nevronskih mrež, modelov na osnovi podpornih vektorjev);
(6) Učenje algebraičnih in diferencialnih enačb iz podatkov in predznanja;
(7) Reševanje zahtevnih praktičnih problemov podatkovne analize in modeliranja.

Poudarek pri predmetu *Izbrane teme iz analize podatkov* je bil na praktični uporabi algoritmov strojnega učenja: tukaj bo poudarek na kritičnem razumevanju delovanja algoritmov in identificiranju možnosti za nadaljnji razvoj. Vaje bodo namenjene praktični analizi izbranih podatkovnih množic z osnovnimi in naprednimi algoritmi strojnega učenja implementiranimi v programskem okolju R ali programskem jeziku Python.

Literatura:
Prilagojena izbranim temam, običajno članki, bolj poredko poglavja učbenikov.

Potrebno/pričakovano predznanje: Nujno predznanje vključuje osnove programiranja (npr. predmet *Uvod v programiranje*), verjetnosti in statistike, predvsem osnovnih preizkusov statistične značilnosti (predmeta *Statistika* in *Verjetnosti račun*) ter programskega okolja za statistiko R.

Zelo zaželeno je, da so študenti seznanjeni z algoritmi (nadzorovanega) strojnega učenja, ki smo jih obravnavali v okviru predmeta na prvi stopnji *Izbrane teme iz analize podatkov*. Na začetku semestra bomo v okviru predmeta ponovili zgolj osnove.

Izvedba 3/2: Sprotne domače naloge (do 40% ocene), seminarska naloga ali pisni izpit (do 30% ocene) in ustni izpit (vsaj 30% ocene).

Semester: poletni

Jezik: slovenski

Moderna fizika

izr. prof. dr. Sašo Grozdanov

Vsebina:

Elektromagnetno polje:

- Električno in magnetno polje;
- Integralska in diferencialna oblika Maxwellovih enačb;
- Elektromagnetno valovanje;
- Magnetni monopoli;

Teorija relativnosti:

- Posebna teorija relativnosti: prostor-čas, Lorentzove transformacije, metrika Minkowskega in Poincaréjeva grupa;
- Elektromagnetizem in teorija relativnosti: Maxwellove enačbe v kovariantni obliki;
- Maxwellove enačbe v jeziku diferencialnih form;
- Osnove klasične teorije polja (Lagrangian in akcija);
- Elektromagnetizem kot umeritvena (gauge) teorija polja;
- Ukrivljen prostor-čas, geodetke in osnove Splošne teorije relativnosti;
- Kaj so črne luknje?;

Kvantna fizika:

- Zakaj potrebujemo kvantno fiziko?;
- Valovne lastnosti delcev, Schrödingerjeva enačba in probabilistična interpretacija;
- Postulati kvantne fizike, Heisenbergove relacije;
- Primeri kvantnih sistemov: harmonski oscilator, vodikov atom;
- Spin;
- Osnove Feynmanovega popotnega integrala: zakaj je klasična fizika limita kvantne fizike?
- Kaj je kvantna teorija polja?

Literatura: Zapiski s predavanj, ki bodo objavljeni na spletu. Pri različnih temah bodo priporočene različne, neobvezne knjige in zapiski.

Potrebno/pričakovano predznanje: Od študentov pričakujemo predznanje fizike v obsegu ustreznega predmeta na 1. stopnji študija matematike.

Izvedba 3/2. Predmet obsega predavanja (3 ure tedensko) in računske vaje (2 uri tedensko). Pri računskih vajah obdelamo izbrane primere, ki ponazorijo snov s predavanj. Znanje predelane snovi se bo ocenjevalo z obveznimi domačimi nalogami (skupno, približno 4-5 domačimi nalogami). Pisni izpit se lahko piše v razredu ali pa se nadomesti z dodatno domačo nalogo (odvisno od dogovora s študenti). Na koncu je potrebno opraviti še ustni del izpita.

Semester: zimski

Jezik: angleški (ali slovenski)

Bridž

Splošna izbirnost - Obštudijska dejavnost, 3 ECTS

Barbara Drinovec Drnovšek

Vsebina: Bridž je družabna igra za 4 igralce oziroma 2 para, ki se igra z 52 igralnimi kartami. Sestavljena je iz dveh delov: iz licitacije in odigravanja. Pri licitaciji skušamo čim bolj natančno napovedati, koliko vzetkov bova s partnerjem dobila in katera barva bo adut. Vidimo le svoje karte, s partnerjem se sporazumevamo preko napovedi. V drugem delu igre poskuša par, ki je zmagal v licitaciji, osvojiti vsaj toliko vzetkov, kot jih je napovedal. Nasprotni par se trudi, da bi to preprečil.

Pri igri se razvija logično mišljenje, sposobnost hitrega odločanja in prilagajanje odločitev na podlagi vedno novih informacij, pa tudi socialne spretnosti in partnerski odnos.

Pri predmetu bomo spoznali osnovna pravila minibridža in bridža. Naučili se bomo osnov licitacije. Informacije, ki jih pridobimo iz licitacije, bomo uporabili pri odigravanju. Spoznali bomo temeljne prvine odigravanja: impas, ekspas, blokiranje in deblokiranje, ohranitev komunikacije, onemogočanje komunikacije med nasprotniki. Posvetili se bomo atakiranju in uporabi dovoljenih načinov komunikacije med partnerjema pri igri v obrambi. Na zaključnem srečanju bomo odigrali turnir.

Potrebno/pričakovano predznanje: Vpis na prvo oziroma drugo stopnjo študijskega programa Univerze v Ljubljani. Predznanje ni potrebno.

Izvedba 1/2: Dve uri vaj bosta sledili eni uri predavanj, študenti se bodo pridobljeno teoretično znanje naučili uporabiti v praksi.

Ocenjuje se z ocenama »opravil«/»ni opravil«. Za pristop k izpitu je pogoj 75-odstotna prisotnost pri predmetu. Z uspešno opravljenimi kvizi med semestrom bodo študenti opravili teoretični del izpita, z uspešno odigranim turnirjem pa praktični del izpita.

Semester: zimski, ob sredah ob 16:15.

Jezik: slovenski

Ostalo: Študent lahko obštudijsko dejavnost izbere v okviru splošnih izbirnih predmetov. Vpis v obštudijsko dejavnost bo potekal od začetka vpisov na FMF do zapolnitve prostih mest.

Prostovoljna učna pomoč

Splošna izbirnost - Obštudijska dejavnost, 3 ECTS

Damjan Kobal

Vsebina:

Mladi iz socialno ogroženih družin so pogosto manj uspešni pri študijskem delu in potrebujejo učno pomoč, ki pa si je ne morejo privoščiti. Po drugi strani lahko za take otroke prav učni uspeh predstavlja motivacijo in edino upanje za izhod iz negativnih socialno-družinskih ciklov.

V sodelovanju z relevantnimi humanitarnimi organizacijami kot na primer *Zveza prijateljev mladine Ljubljana Moste-Polje* študent izvede približno 30 ur individualnih ali skupinskih inštrukcij ali drugega spremljevalnega dela mladih v okviru organiziranih aktivnosti ustreznih humanitarnih organizacij. O vsebini in obsegu dela študent pripravi enostavno poročilo.

Potrebno/pričakovano predznanje: Vpis na prvo oziroma drugo stopnjo študijskega programa Univerze v Ljubljani. Predznanje ni potrebno.

Izvedba

Po uvodnih informiranjih in ustrezni koordinaciji z relevantnimi humanitarnimi organizacijami študent začne izvajati individualno učno pomoč in druge oblike dela z mladimi.

Ocena »opravil«/»ni opravil« se podeli na podlagi ustrezne angažiranosti.

Semester: zimski ali poletni

Jezik: slovenski

Ostalo: Študent lahko obštudijsko dejavnost izbere v okviru splošnih izbirnih predmetov. Vpis v obštudijsko dejavnost bo potekal od začetka vpisov na FMF do zapolnitve prostih mest.