

Zaključni izpit na Enovitem magistrskem študijskem programu Pedagoška matematika

Študent dobi na zaključnem izpitu tri vprašanja: eno iz osnov matematične analize, eno iz osnov algebre ter eno iz osnov geometrije. Vprašanja so zajeta iz vnaprej pripravljenega seznama naslovov.

- 1. Vprašanje iz Analize:** Naslovi obsegajo pomembnejšo snov s širšega področja analize.
- 2. Vprašanje iz Algebre:** Naslovi obsegajo pomembnejšo snov s širšega področja algebre.
- 3. Vprašanje iz Geometrije:** Naslovi obsegajo pomembnejšo snov s širšega področja geometrije.

Pri vseh treh vprašanjih je poudarek na poglobljenem razumevanju temeljnih vsebin, ki se posebej navezujejo ali nanašajo na srednješolsko snov.

**Zaključni izpit na Enovitem magistrskem študijskem programu
Pedagoška matematika**

(prvo vprašanje)

ANALIZA

Obseg realnih števil, polnost. Številska zaporedja. Številске vrste. Indukcija. Elementarne funkcije. Limita. Odvod in diferencial funkcije. Rollejev in Lagrangeev izrek. Uporaba odvodov pri analizi funkcij. Nedoločeni integral. Določeni (Riemannov) integral. Osnovni izrek integralnega računa. Posplošeni integrali. Obstoj integrala. Uporaba Taylorjeva formula. Funkcijska zaporedja in vrste. Enakomerna konvergenca. Odvajanje in integriranje funkcijskih vrst.

Metrični prostori. Zaporedja v metričnih prostorih, stekališče, limita. Cauchyjev pogoj za konvergenco, polnost. Kompaktnost. Povezanost. Zvezne preslikave metričnih prostorov. Banachov izrek o skrčitvah.

Funkcije več spremenljivk. Parcialni odvodi in diferenciability. Taylorjeva formula. Jacobijeva matrika in determinanta. Izrek o implicitni in inverzni preslikavi. Ekstremi in vezani ekstremi. Integrali s parametrom. Riemannov integral funkcije več spremenljivk. Volumen množic v \mathbf{R}^n . Obstoj večernega Riemannovega integrala. Fubinijev izrek. Krivulje in ploskve v prostoru. Prva fundamentalna forma ploskve v prostoru. Skalarna in vektorska polja. Gradient, rotor, divergenca in Laplaceov operator. Krivuljni in ploskovni integrali. Gaussov izrek, Stokesov izrek in Greenova formula.

Obseg kompleksnih števil. Kompleksni odvod. Holomorfne funkcije. Cauchy-Riemannove enačbe. Potenčne vrste. Cauchyjeva formula. Liouvilleov izrek. Osnovni izrek algebre. Lokalna oblika holomorfne funkcije. Izrek o odprti preslikavi. Princip maksima. Laurentova vrsta. Izolirane singularne točke. Izrek o ostankih(residuih). Princip argumenta. Konformne preslikave.

Diferencialne enačbe, eksistenčni izreki. Linearne diferencialne enačbe in sistemi linearnih diferencialnih enačb prvega reda. Variacijski račun. Euler-Lagrangeeva enačba. Izoperimetrična naloga.

**Zaključni izpit na Enovitem magistrskem študijskem programu
Pedagoška matematika**

(drugo vprašanje)

ALGEBRA

Osnove logike in teorije množic. Algebrajska struktura številskih množic.

Osnove kombinatorike, verjetnostnega računa in statistike (teme iz srednješolskega učnega načrta).

Realni trirazsežni vektorski prostor. Skalarni, vektorski in mešani produkt. Ravnine in premice v prostoru. Vektorski prostori. Baza in razsežnost. Vsota in presek podprostorov. Dualni prostor in dualna preslikava. Prostor linearnih preslikav in matrik. Sprememba baz, ekvivalentnost in rang. Sistemi linearnih enačb.

Algebra endomorfizmov in kvadratnih matrik. Podobnost. Determinante. Lastne vrednosti. Karakteristični in minimalni polinom. Jordanova matrika endomorfizma.

Skalarni produkt in norma. Gram-Schmidtova ortogonalizacija. Adjungirana preslikava. Normalni, sebiadjungirani in unitarni endomorfizmi. Pozitivno definitni endomorfizmi in matrike. Bilinearni in kvadratni funkcionali.

Dvomestna operacija. Polgrupe in grupe: osnovne lastnosti in primeri. Ciklične grupe. Podgrupe, odseki, Lagrangeev izrek. Edinke, kvocientna grupa in homomorfizmi grup.

Kolobarji: osnovne lastnosti in primeri. Podkolobarji in ideali. Kvocientni kolobar in homomorfizmi kolobarjev. Obsegi. Polje (obseg) ulomkov. Karakteristika. Glavni kolobarji. Kolobarji polinomov.

Komutativni obsegi (polja): osnovne lastnosti in primeri. Končne, algebraične in transcendentne razširitve. Razpadno polje. Algebraično zaprta polja, osnovni izrek algebre. Končna polja.

Evklidov algoritem. Linearna diofantska enačba. Osnovne lastnosti in porazdelitev praštevil. Kongruence. Eulerjeva funkcija in Eulerjev izrek. Wilsonov izrek. Šifriranje. Pitagorejske trojice. Vsote dveh kvadratov. Izrek o vsoti štirih kvadratov. Verižni ulomki. Izrek o najboljši aproksimaciji. Periodični verižni ulomki. Fermatova oz. Pellova enačba.

**Zaključni izpit na Enovitem magistrskem študijskem programu
Pedagoška matematika**

(tretje vprašanje)

GEOMETRIJA

Osnove geometrije ravnine in prostora. Elementarni ravninski liki. Elementarna telesa v trirazsežnem prostoru. Stožnice. Izometrije in skladnost. Talesovi izreki in podobnost. Evklidovi izreki o krogu. Tetivni in tangenti štirikotnik. Inverzija. Apolonijeva krožnica in Apolonijev problem. Menelajev izrek in Simsonova premica. Cevov in Stewartov izrek. Eulerjeva premica. Krožnica devetih točk. Konstrukcije z ravnilom in šestilom. Pravilni večkotniki in pravilna telesa. Poliedri in Eulerjeva formula. Hilbertov sistem aksiomov ravninske geometrije. Nevtralna geometrija in aksiom o vzporednici. Hiperbolična ravnina. Sferična geometrija.

Aksiomi afine ravnine. Afine transformacije. Dilatacije. Afini prostori v vektorskih prostorih. Osnovni izrek afine geometrije. Vloga Desarguesovega izreka v afini in projektivni geometriji. Projektivni prostori. Osnovni izrek projektivne geometrije. Kolineacije in projektivnosti. Projektivni koordinatni sistem. Dvorazmerje in harmonična četverka. Perspektivnosti in polarnosti. Klasifikacija stožnic v projektivni ravnini. Geometrija na stožnici. Klasifikacija ploskev drugega reda.